



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} ab &: 2^3 3^{10} 5^{10} \\ bc &: 2^{14} 3^{13} 5^{13} \\ ac &: 2^{13} 3^{18} 5^{30} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (abc)^2 : 2^{42} 3^{41}$$

$$\text{т.к. } (abc)^2 - \text{квадрат и } (abc)^2 : 3^{41} \Rightarrow (abc)^2 : 3^{42}$$

$$(abc)^2 : 2^{42} 3^{42} \Rightarrow abc : 2^{21} 3^{21}$$

$$abc : ac : 5^{30}$$

$$\Rightarrow abc : 2^{21} 3^{21} 5^{30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow abc \geq 2^{21} 3^{21} 5^{30}$$

Наименьшее значение $abc = 2^{21} 3^{21} 5^{30}$ достигается
при $a = 2^7 3^7 5^{10}$, $b = 2^2 3^3$, $c = 2^{12} 3^{11} 5^{20}$

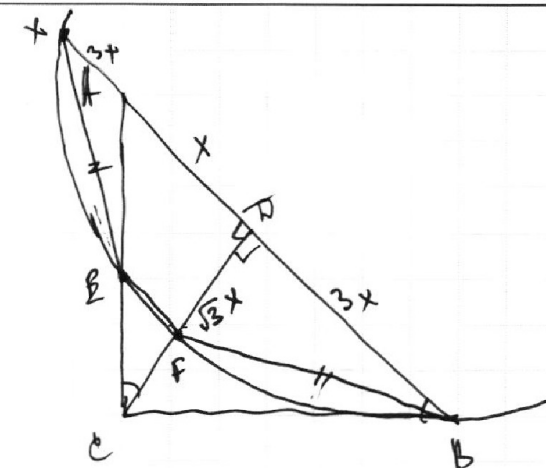
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{S_{ADC}}{S_{CAB}} = \frac{1}{3}$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CAD$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{CAD}} = \left(\frac{EF}{AD} \right)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x + \frac{\pi}{2}}{5} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{или } x \in [-3\pi; 2\pi]$$

$$\text{Пусть } x \in [0; \pi] \quad \text{или } x \in [\pi; 2\pi] \quad \text{или } x \in [-3\pi; -2\pi] \quad \text{или } x \in [-2\pi; -\pi]$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$5 \arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$6x = 2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Пусть } x \in [-\pi; -\frac{\pi}{2}] \quad \text{или } x \in [-2\pi; -\pi] \quad \text{или } x \in [-3\pi; -2\pi]$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi = -4x$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Пусть } x \in [-3\pi; -2\pi] \quad \text{или } x \in [-2\pi; -\pi]$$

$$\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \arcsin\left(\sin\left(-\frac{\pi}{2} + x\right)\right) = -\frac{\pi}{2} + x$$

$$5\left(-\frac{\pi}{2} + x\right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$4\pi = 4x$$

$$x = \pi \quad (x \in [-2\pi; -\pi])$$

$$\text{Пусть } x \in [\pi; 2\pi]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \arcsin(\sin(-\frac{3}{2}\pi - x)) = \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} + x)) =$$

$$= \arcsin(\sin(x - \frac{3}{2}\pi)) = x - \frac{3}{2}\pi$$

$$5(x - \frac{3}{2}\pi) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$4x = 8\pi$$

$$x = 2\pi$$

При $x \in [-3\pi; -2\pi)$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} + x)) = \arcsin(\sin(\frac{5\pi}{2} + x)) =$$

$$= \frac{5\pi}{2} + x$$

$$5(\frac{5\pi}{2} + x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$12\pi = -4x$$

$$x = -3\pi$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = \pi/3 \\ x = -\pi/2 \\ x = 2\pi \\ x = -3\pi \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

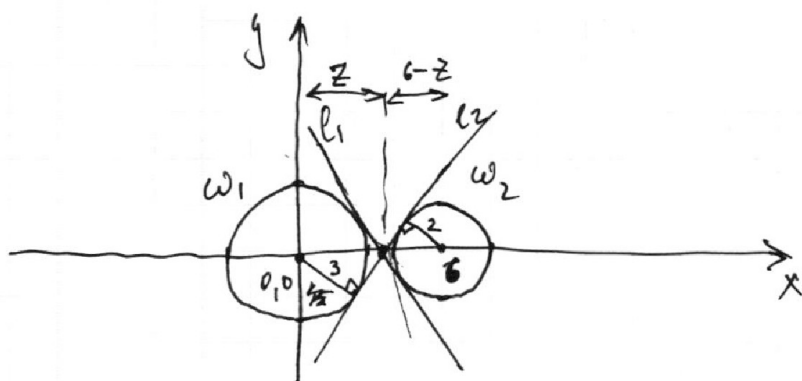
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ (x - 6)^2 + y^2 = 4 \\ y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} \end{cases}$$



Прямая $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$ должна пересекать (не касаться) обе окр. ω_1, ω_2 чтобы было ровно 4 решения системы.

$$l_1 \neq l_2: y = k_1x + b_1$$

$$l_2: y = k_2x + b_2$$

l_1, l_2 - общие внут. касат. к ω_1, ω_2

$$-\frac{a}{2} \in (k_1; k_2)$$

$$a \in (-2k_2; -2k_1)$$

$$\frac{15}{2} \cdot \frac{z}{3} = \frac{6-z}{2} \Rightarrow 2z = 18 - \frac{3}{5}z \Rightarrow z = \frac{9}{14} \cdot \frac{18}{5} = 3.6$$

$$k_2 = \frac{2}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

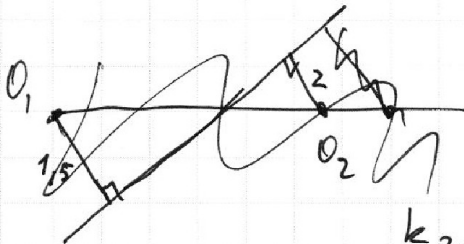
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$k_2 = \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2 - \left(\frac{9}{3,5}\right)^2}}$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{3,6^2 - 3^2}}{3}$$



k_2 находим как tg угла наклона α_2 .

$$k_2 = \frac{3}{\sqrt{3,6^2 - 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{1,2^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{0,44}} = \frac{1}{2\sqrt{0,11}} = \frac{1}{0,2\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$k_1 = -k_2$$

$$a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3'') - 8$$

сложная

$$4 \log_3^4 5xy + 6 \log_x 3 + 2 \log_{5y} 3 = \log_{x^2} 3^5 + \log_{25y^2} 3'' - 16$$

$$4 \log_3^4 5xy - 6 \log_3 x - 2 \log_3 5y = -5 \log_3 (x)^2 + 11 \log_3 (5y)^2 - 16$$

$$4 \log_3 5xy - 2 \log_3 5xy = -5 \log_3 xy - 5 \log_3 (5xy)^2 - 6 \log_3 (5y)^2 + 4 \log_3 x - 16$$

$$-2 \log_3 5xy = -10 \log_3 5xy - 12 \log_3 5y + 4 \log_3 x - 16$$

$$8 \log_3 5xy = 4 \log_3 x - 12 \log_3 5y - 16$$

$$2 \log_3 5xy = \frac{1}{2} \log_3 x - 3 \log_3 5y - 4$$

$$\log_3 5xy = -4 \log_3 5y - 4$$

$$\log_3 \left(\frac{5xy}{(5y)^4} \right) = -4$$

$$\frac{5xy}{(5y)^4} = \frac{1}{3^4}$$

$$\frac{x}{(5y)^3} = \frac{1}{3^4}$$

$$\log_3^4 x - \log_3^4 (5y) - 6 \log_3 x + 2 \log_3 5y = -5 \log_3 x^2 + 11 \log_3 (5y)^2$$

$$4 \log_3 x + 20 \log_3 5y + \log_3^4 x - \log_3^4 (5y) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(\log_3 x - \log_3 5y)$$

$$4 \log_3 5xy + 16 \log_3 5y + \log_3^4 x - \log_3^4 (5y) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

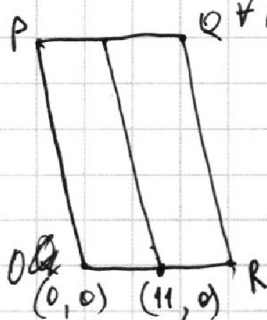
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



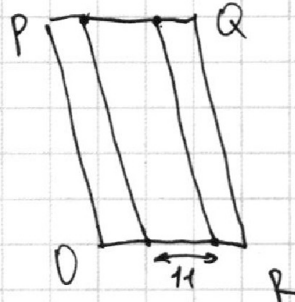
При $x_2 - x_1 = -2$ $y_2 - y_1 = 39$
 Кол-во пар $20 - 14 = 6$ $(42 - 39 + 1)$



Точка $(11,0)$ в пару подходит любая
 целая точка на отрезке PQ проходящем
 через $(11,0)$ и парал. сторонам парал.
 и никакая другая точка, точка на PQ
 не подходит. Аналогично

остальные
 все точки

отрезки параллельные PQ разби-
 ваются на пары. Таких пар получается
 10. (отрезок через $(10,0)$ не входит
 ни в одну пару, где ~~нет~~ ^{точка} ~~нет~~
 на нём нет пары внутри парал.)



На каждом отрезке 15 целых

точек $\Rightarrow$ в каждой паре отрезков можно
 выбрать 15^2 различных пар целых точек
 (x_1, y_1) (x_2, y_2) $\Rightarrow$ всего пар ~~6~~ точек

$$10 \cdot 15^2 = 2250$$

Ответ: 2250



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

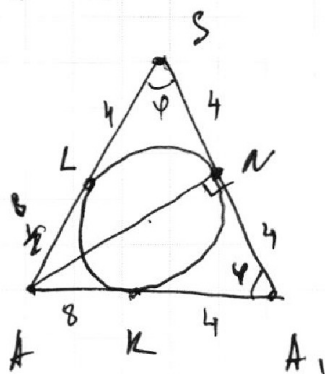
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

б) двугранный угол $\angle A_1 S A$ равен плоскому
углу $\angle A A_1 S$



$$\cos \varphi = \frac{12^2 - 8^2 - 12^2}{2 \cdot 12 \cdot 8}$$

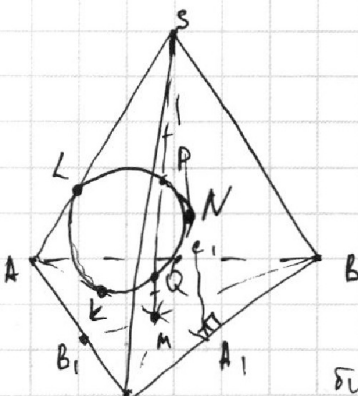
$$\cos \varphi = \frac{AN^2 - 12^2 - 4^2}{2 \cdot 12 \cdot 4}$$
$$AN = 8\sqrt{2}$$

$$\varphi = \arccos \frac{4}{12} = \arccos \left(\frac{1}{3} \right)$$

Ответ: $\arccos \left(\frac{1}{3} \right)$

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим:

Точки K, L, P, Q принадлежат сфере и лежат в одной плоскости $\Rightarrow$ $KLPQ$ - впис.

Окр. ω опис. около $KLPQ$ касается вписанной в угол $\angle SAM$ ~~касается~~ $\Rightarrow$ её центр на биссектрисе $\angle SAM$ и на пер-пер к PQ , пер-пер к SM ($SP = MQ$). Получаем, что центр ω - точка пересеч. биссектр. $\angle SAM$ и пер-пера к SM .

$\triangle BBA_1ASM$ - p/s

$AM = 12 \Rightarrow A_1M = 6$ (M - точка пересеч. мед.)

$MA_1 = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \angle CMB = 90^\circ \Rightarrow CM = \frac{CB}{\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}}$

$\neq 6\sqrt{2}$, $MC_1 = CM \cdot \frac{1}{2} = 3\sqrt{2}$, $MB_1 = MB$.

$$S_{AMB} = \frac{S_{ABC}}{3} = \frac{CM \cdot MB}{2} = 30$$

$$CM^2 + MB^2 + 2CM \cdot MB = CB^2 + 2CM \cdot MB = 12^2 + 2 \cdot 30 \cdot 4$$

$$(CM + MB)^2 = 144 + 180 = 324$$

$$CM + MB = 18$$

$$CM = \frac{60}{MB}$$

$$MB^2 - 18MB + 60 = 0$$

$$D = 324 - 240 = 84$$

$$MB = \frac{18 \pm \sqrt{84}}{2}$$

$$CM = \frac{18 \mp \sqrt{84}}{2}$$

$$BB_1 = \frac{3}{2}MB = 3(18 \pm \sqrt{84})$$

$$CC_1 = \frac{3}{2}CM = 3(18 \mp \sqrt{84})$$

$$AA_1 = 18$$

$$BB_1 \cdot CC_1 \cdot AA_1 = 18 \cdot 9 \cdot (18 + \sqrt{84})(18 - \sqrt{84}) = 18 \cdot 9 \cdot (324 - 84) = 18 \cdot 9 \cdot 240 = 39988$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

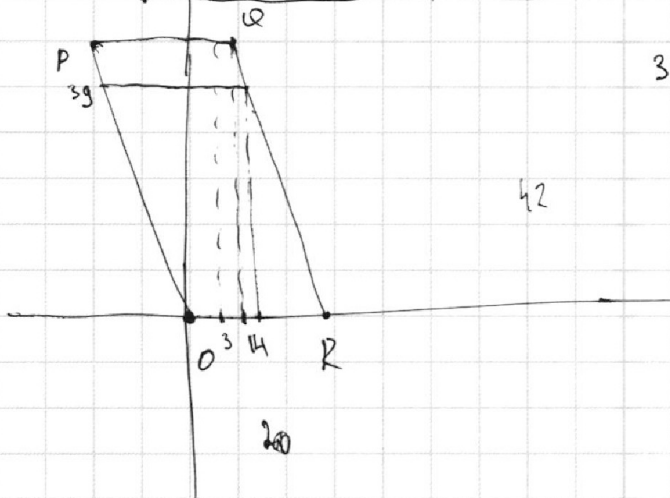
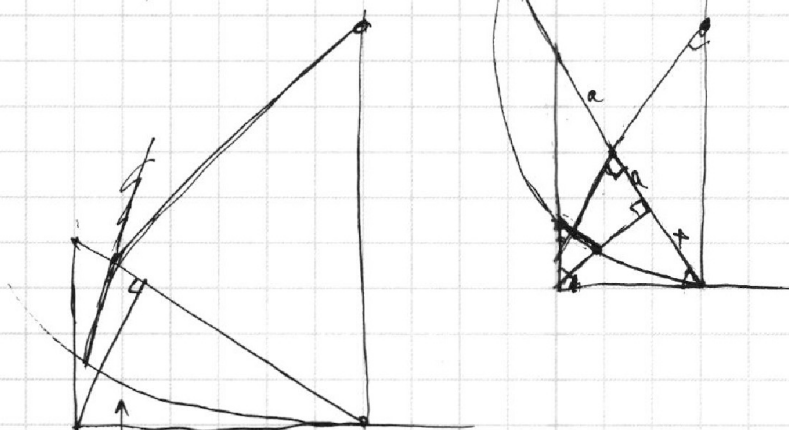
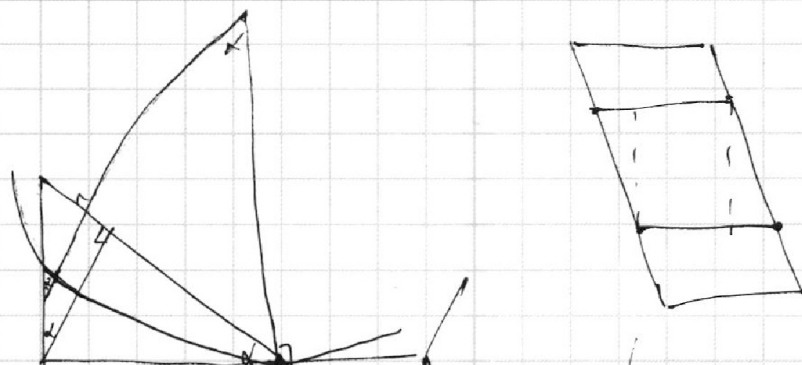
5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

$$18 - 3 = 15$$

$$42 - 9 = 33$$

$$42 - 9 = 33$$

$$42$$

$$14$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

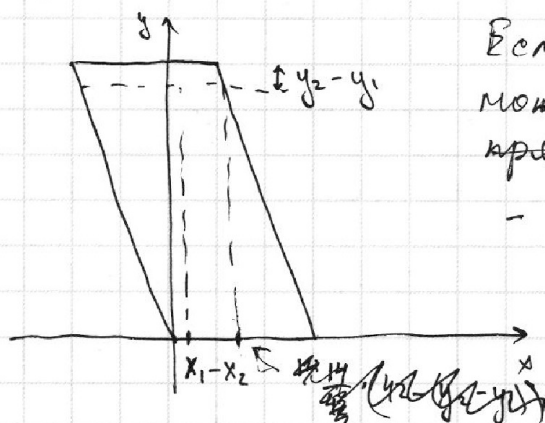
$$|y_2 - y_1| \leq 42 \quad |x_2 - x_1| \leq 20$$

при $x_2 - x_1 \leq -4$ $y_2 - y_1 \geq 45$ - не возможно $\Rightarrow x_2 - x_1 \geq -3$

при $x_2 - x_1 = -3$ $y_2 - y_1 \geq 42 \Rightarrow y_1 \geq 0$ $y_2 \geq 42$
 $\Rightarrow x_1 \in [3; 14]$, $x_2 = x_1 - 3$, $x_1, x_2 \in [4; 14]$ вост. однозначно $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Есть 12 вариантов где пар (x_1, y_1) (x_2, y_2)
 $\Rightarrow$ 18 вариантов где пар (x_1, y_1) (x_2, y_2)

при $x_2 - x_1 = -2$ $y_2 - y_1 \geq 39$ $\Rightarrow$ существует 4
 $x_1, x_2 \in [6; 14]$ y_1, y_2 где
 каждой из них на отрезке длины 20
 нужно выбрать 2 точки x_1, x_2



Если заданы $(x_2 - x_1) \leq 0$ и $(y_2 - y_1) > 0$
 можно перейти от парал. к
 отрезкам длины $(14 - \frac{1}{2}(y_2 - y_1) - (x_1 - x_2) + 1) + 42 - (y_2 - y_1)$ кол-во
 на таких отрезках $42 - (y_2 - y_1) + 1$
 на каждом нужно выбрать x_1 , остальное вост. однозначно.

при $x_2 - x_1 = -2$: $y_2 - y_1 = 39$

$14 - \frac{1}{2} \cdot 39 + 1 = 2$

$14 \cdot 42 - 14 \cdot 39 - 2 + 1 = 20 - 14 \cdot \frac{(42 - (y_2 - y_1) + 1)}{2} - (x_1 - x_2)$, кол-во

таких отрезков $\frac{42 - (y_2 - y_1) + 1}{2}$. Задача сводится к тому,
 чтобы найти выбрать x_1 на отрезке.

при $x_2 - x_1 = -3$ $y_2 - y_1 = 42$

кол-во вар. где x_1 - это кол-во отрезков умножить
 на (длину отрезка + 1)

$20 - 14 \cdot \frac{(42 - 42 + 1)}{2} - 3 = 3$ кол-во пар (x_1, y_1) и (x_2, y_2) 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

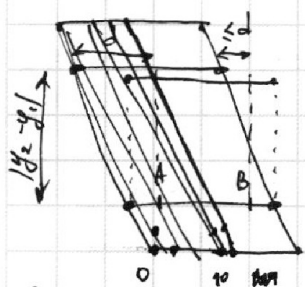
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

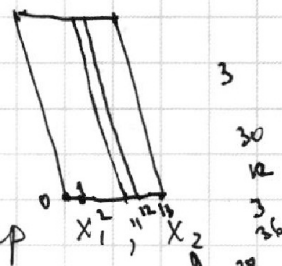


Выбрав ~~ра~~ $y_2 - y_1$ мы получаем ~~вектор~~
всего 43 - $|y_2 - y_1|$ пар отрезков длины 20 на
которых ищем x_1 и x_2

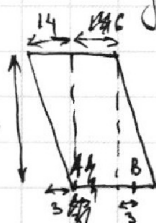


$$|x_2 - x_1| = \left| \frac{33 - (y_2 - y_1)}{3} \right| = d$$

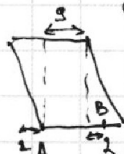
кол-во подходящих x_1 пар
равно длине отрезка $AB + 1$ (кол-во
целых точек на AB)



При $x_2 - x_1 = -3$ $y_2 - y_1 = 42$ пар y_1, y_2 $43 - 42 = 1$,
пар x_1, x_2 равно 10.



При $x_2 - x_1 = -2$ $y_2 - y_1 = 39$ пар y_1, y_2 $43 - 39 = 4$,
пар x_1, x_2 равно 13 $\Rightarrow$ пар $(x_1, y_1) (x_2, y_2)$
 $4 \cdot 13 = 52$.



При $x_2 - x_1 = -1$ $y_2 - y_1 = 36$ пар y_1, y_2 $43 - 36 = 7$
пар x_1, x_2 равно 16 $\Rightarrow$ пар $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$
 $7 \cdot 16$

и так далее

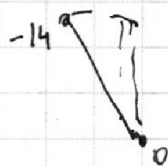
Всего пар $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$

~~4 \cdot 13 + 7 \cdot 16~~

$$1 \cdot 10 + 4 \cdot 13 + 7 \cdot 16 + 10 \cdot 19 + 13 \cdot 22 + 16 \cdot 25 + 19 \cdot 28 + 22 \cdot 31 +$$

$$+ 25 \cdot 34 + 28 \cdot 37 + 31 \cdot 40 + 34 \cdot 43 + 37 \cdot 46 + 40 \cdot 49 + 43 \cdot 52 + \dots +$$

$$+ (3i+1)(3i+10) + \dots +$$





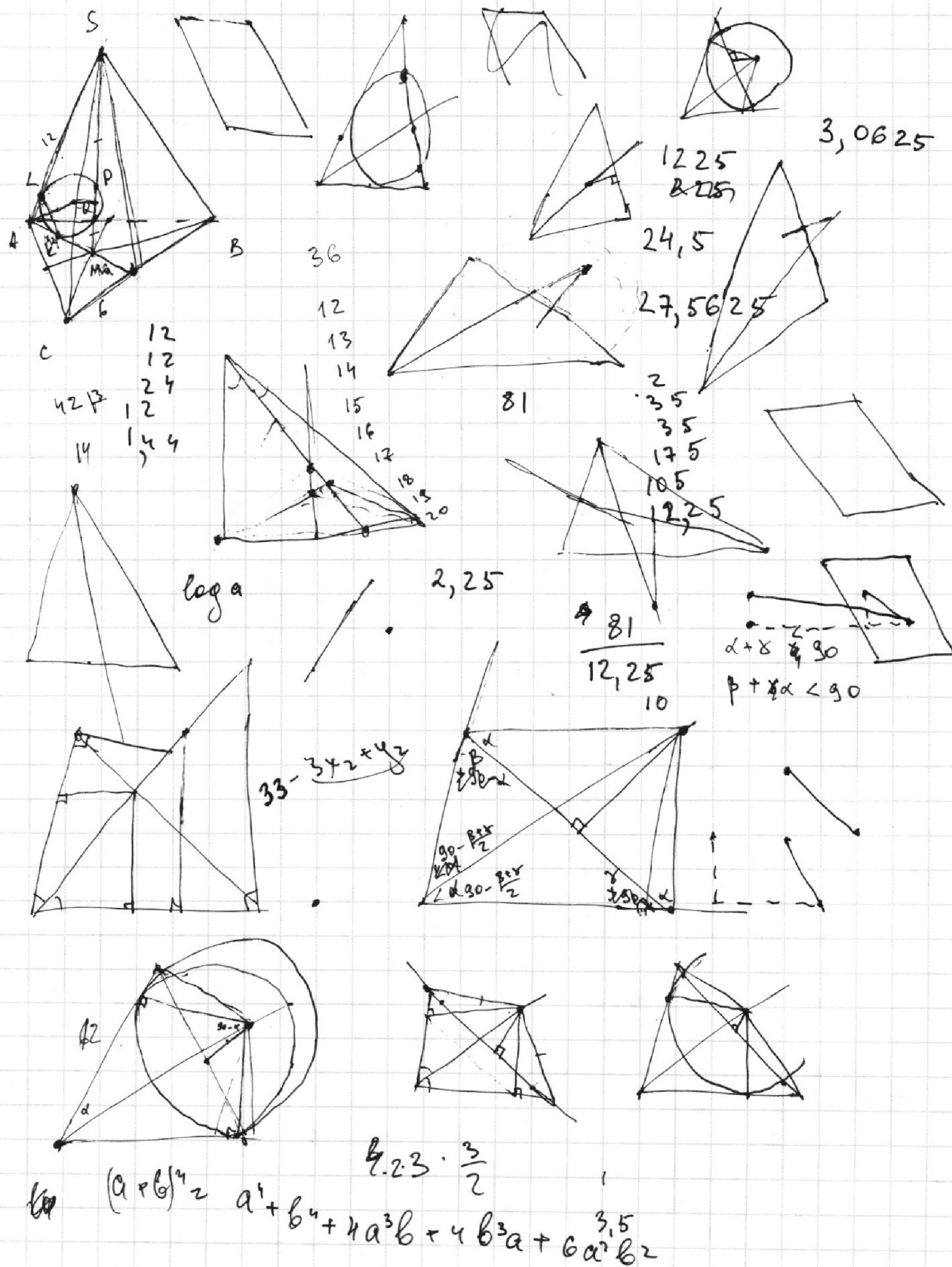
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab : 2^3 3^{10} 5^{10}$
 $bc : 2^{14} 3^{13} 5^{13}$
 $ac : 2^{13} 3^{18} 5^{30}$
 $abc : 2^{19} 3^{18} 5^{30}$

$b = 2^{20} \cdot 3^{42} \cdot 5^{41}$
 $c = 2^{10} \cdot 3^{34} \cdot 5^{20}$
 $a = 2^3 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$

$a = 5^{10}$
 $c = 5^{20}$
 $a = 5^{10} \cdot 3^{10} \cdot 2^3$

$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$
 $5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x + \frac{\pi}{2}$

$243 \overline{) 22}$
 $18 \cdot 12 = 216$
 $22 - 216 = -194$

$6x = 42\pi$
 $x = \frac{\pi}{3}$

$a^x = c$
 $a^x = b$
 $a^x = c$

$\log_a b = \frac{\log_a c}{\log_a a}$
 $\log_a b = \frac{\log_a a}{\log_a a}$

$x \in [-3\pi; 0) \cup (\pi; 2\pi]$