



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\deg_p(n)$ - степень p -базисного представления n .

Решение $\deg_2(a) = d$

$\deg_2(b) = e$

$\deg_2(c) = f$, тогда $\begin{cases} d+e \geq 6 \\ e+f \geq 14 \end{cases}$

$$\begin{cases} e+f \geq 14 \\ d+f \geq 16 \end{cases} \Rightarrow d+e+f \geq \frac{6+14+16}{2} = 18, \text{ т.е. } a \cdot b \cdot c : 2^{\underline{18}}$$

Если подумать $d=4, e=2, f=12$, то $d+e+f$ равно 18.

Перешел к переменным d, e, f . Теперь $\deg_3(a) = d$

$\deg_3(b) = e$

$\deg_3(c) = f$, тогда $\begin{cases} d+e \geq 13 \\ e+f \geq 21 \end{cases}$

$$\begin{cases} e+f \geq 21 \\ d+f \geq 25 \end{cases} \Rightarrow d+e+f \geq \frac{13+21+25}{2} = \frac{59}{2}$$

No

Т.к. $d, e, f \in \mathbb{N}_0$, то $d+e+f \geq 30$

$e = 5$

$f = 16$

, тогда $d+e+f = 30$, а не $\frac{59}{2}$ по условию $\Rightarrow a \cdot b \cdot c : 3^{\underline{30}}$

Перешел к переменным d, e, f . Теперь $\deg_5(a) = d$

$\deg_5(b) = e$

$\deg_5(c) = f$, тогда

$$\begin{cases} d+e \geq 11 \\ e+f \geq 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d+f \geq 28 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow d+e+f \geq \frac{11+13+28}{2} = 26 \\ & \Rightarrow a \cdot b \cdot c : 5^{\underline{26}} \end{aligned}$$

Следовательно d, e, f - это натуральные числа с нулем. Так $a \cdot b \cdot c : 5^{28}$, то $a \cdot b \cdot c : 5^{\underline{28}}$:

Решение $d=14, e=14, f=0$. Тогда $d+e+f=28$ и все $\frac{59}{2}$ по условию.

$\Rightarrow a \cdot b \cdot c : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ и это первое правильное решение $\exists d, e, f$, при котором получился произв.

Доказано $\Rightarrow a \cdot b \cdot c \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ ($T \cdot k \cdot a, b, c \in \mathbb{N}_0$ и 0 не входит.)

$$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^4$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0 \quad \text{- правиль. потому } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

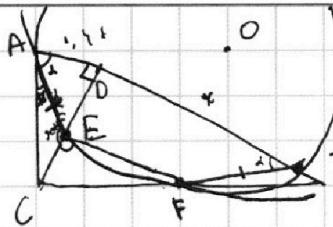
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $BD = x$, тогда $AB = 1,4x \Rightarrow AF = 0,4x$.

В. Пересекают ср. $\angle AEF$ в прямой B . Плагии тому $\angle A$.

Изм. $\angle EAT = \alpha$, т.к. $EF \parallel AB \Rightarrow \angle AFE = \alpha$ (внешн.) $\Rightarrow \angle FTA = \alpha$, т.к.

$$\angle FTA = \angle AFE \text{ так как } \angle AFE = \alpha, \angle FTA = \frac{CF}{AC}, \angle FAD = \frac{DE}{AD}$$

$$\frac{CF}{AC} = \frac{DE}{AD}. \text{ Запишем это. } AD = 0,4x, BD = x \Rightarrow CD = \sqrt{1 - 0,4^2} \cdot x = \frac{2}{\sqrt{10}} \cdot x$$

$$\text{Вернемся обратно к у.нико: } \frac{CF}{AC} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow DE = \frac{AD}{AC} \cdot FC, AD \neq AC \Rightarrow FC = \sqrt{0,4^2 + \frac{4}{10}} \cdot x = \sqrt{0,56} \cdot x \Rightarrow DE = \frac{0,4}{\sqrt{0,56}} \cdot CF, \text{ но } \frac{CF}{CE} = \frac{BC}{CD} \text{ (из-за подобия треуг.)}$$

$$BC = \sqrt{1^2 + \frac{4}{10}} \cdot x = \sqrt{1,6} \cdot x = \sqrt{1,4} \cdot x \Rightarrow CF = CE \cdot \frac{BC}{CD} = CE \cdot \frac{\sqrt{1,4}}{\frac{2}{\sqrt{10}}} = \frac{\sqrt{14}}{2} \cdot CE$$

$$\text{т.е. } DE = \frac{0,4}{\sqrt{0,56}} \cdot CF = \frac{0,2 \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{0,56}} \cdot CE \Rightarrow CE + DE = \frac{0,2 \cdot \sqrt{14} + \sqrt{0,56}}{\sqrt{0,56}} \cdot CE = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{10}} \cdot x$$

$$CE = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{14} + \sqrt{0,56}}{\sqrt{10} \cdot (0,2 \cdot \sqrt{14} + \sqrt{0,56})} \cdot x \Rightarrow S_{CEF} = S_{BCD} \cdot \left(\frac{CE}{CD} \right)^2 = S_{ACD} \cdot \frac{AD}{BD} \cdot \frac{BD}{AD} \cdot \frac{(CE)^2}{CD^2}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{AD}{BD} \cdot \left(\frac{CD}{CE} \right)^2 = 0,4 \cdot \frac{\frac{2}{\sqrt{10}}}{\frac{0,4 \cdot \sqrt{0,56}}{\sqrt{10} \cdot (0,2 \cdot \sqrt{14} + \sqrt{0,56})}} = \frac{0,4 \cdot (0,2 \cdot \sqrt{14} + \sqrt{0,56})^2}{0,56} = \frac{1}{1,9} \cdot (0,56 + 0,04 \cdot 14 +$$

$$+ 0,4 \cdot \sqrt{14} \cdot \sqrt{0,56})$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x, \text{ т.к. } \cos x \rightarrow x \in [0, \pi]$$

$$\sin x = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow \text{если } \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0, \pi] \text{ при каком-то } k, k \in \mathbb{Z}, \text{ то } \arccos(\sin x) =$$

$$= \sqrt{1 - (\frac{\pi}{2} - x)^2}$$

$$10 \cdot (\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k) = 9\pi - 2x \rightarrow 10 \cdot (\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k) = 9\pi - 2x$$

$$12x = 14\pi + 20\pi k$$

$$-8x = 20\pi k + 4\pi$$

$$x = \frac{-\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k, \text{ но если ОДЗ: } \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0, \pi] \rightarrow x = -\frac{5\pi k + \pi}{2}, \text{ ОДЗ: } \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0, \pi].$$

$$0 \leq \frac{\pi}{2} - 2\pi k - \frac{5\pi k}{3} - \frac{\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi k \leq \pi$$

$$0 \leq \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi k + \pi}{2} - 2\pi k \leq \pi$$

$$0 \leq \pi + \frac{\pi k}{2} \leq \pi$$

$$-2 \leq k \leq 0 \Rightarrow \text{решения } x \in \left\{ \frac{9\pi}{2}, 8\pi, -\frac{\pi}{2} \right\}$$

$$0 \leq -\frac{2}{3}\pi - \frac{11}{3}\pi k \leq \pi \quad | \star -3$$

$$0 \geq -3\pi k$$

$$0 \geq 2\pi + 11\pi k \geq -3\pi$$

$$-\frac{2}{11} \geq k \geq -\frac{5}{11}, \text{ но } k - \text{целое число} \rightarrow \text{не существует решений, т.к. } \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0, \pi]. \Rightarrow$$

Если $\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [\pi, 2\pi)$ при некотором k (если $\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0, \pi]$ при k , но k не целое)

$$\Rightarrow \text{реш } 2\pi \geq 2\pi - (\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k) \in [0, \pi] \text{ и } \cos \alpha = \cos(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \arccos(\sin x) = 2\pi - (\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k).$$

$$10 \cdot (\frac{3\pi}{2} - x - 2\pi k) = 8\pi - 2x \quad 10 \cdot (\frac{3\pi}{2} + x + 2\pi k) = 9\pi - 2x$$

$$12x = -6\pi - 20\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{3}\pi k, \text{ ОДЗ: } \frac{3\pi}{2} + x + 2\pi k \in [0, \pi]$$

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi k - \frac{\pi}{2} - \frac{5}{3}\pi k \leq \pi$$

$$0 \leq \pi + \frac{\pi k}{3} \leq \pi$$

$$-3 \leq k \leq 0 \Rightarrow x \in \left\{ \frac{9\pi}{2}; \frac{17\pi}{6}; \frac{17}{6}\pi; \frac{7}{6}\pi; -\frac{\pi}{2} \right\}$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ \frac{9\pi}{2}; \frac{17}{6}\pi; 2\pi; \frac{7}{6}\pi; -\frac{\pi}{2} \right\}$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

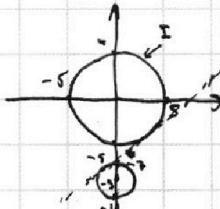
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Это тупиковая ситуация, это зона для огра из ставок - 0. \Rightarrow История

$$\Rightarrow [x-0]^2 + [y-6]^2 = 25 \quad (I)$$

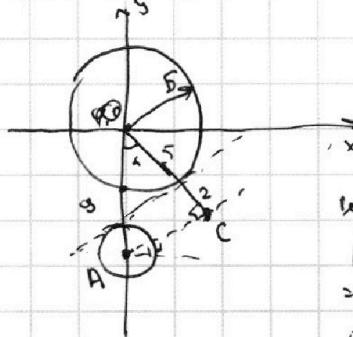
$$[x-0]^2 + [y+(-9)]^2 = 4 \quad (II)$$

Картина решений этих уравнений (сделано мной):



Ось ГМТ - отрезок - 4 I уравн. центр $B(0,0)$ и радиус 5.
II уравн. центр $C(0, -9)$ и радиус $\cancel{4}$ 2.

Возьмем внутреннюю каскад. с осн. наклонка $k > 0$. Сделаем
прямую, проходящую сквозь центр касания, и радиус r , то
прямая может пересечь обе окружности. Или она будет лежать
внутрь, касательные - предельные сущ., при которых прямая касается окруж. $\cancel{\text{или}}$ сущ.
расстояния от центра прямой, у котр. наклонка равен $-k$ в эту же сторону. Если
она останется. Если наклонка близки к 0, то радиус r маленький, если
наклонка k , то радиус r не существует. Найдем k для нахождения окруж.



Если находим каск. наклонка линии, проведенной из
точки $(0, -9)$ в отрезок радиуса $(5+2)=7$, то
она и есть наша нужная каск. наклонка. Касательных
линий. и это приведет к конфликту, если

AC - линия, к отр. с центром O и радиусом $OC=7$. \Rightarrow
 $\Rightarrow AC = \sqrt{81 - 49} = \sqrt{32}$, то касательной нам каск. радиусы маленькие
угла наклона AC , и это значит что наклонка равен AC .

$$\Rightarrow k = \frac{AC}{OC} = \frac{\sqrt{32}}{7} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \Rightarrow \text{если же каск. наклонка с существованием}$$

противоречие, т.к. обе окруж., то $C \in (-\infty; -\frac{4}{7}\sqrt{2}) \cup (\frac{4}{7}\sqrt{2}; \infty)$

Если прямая $6ax = b - 5x$, $y = \frac{b}{6a} + \frac{5}{6a}x$, $\frac{b}{6a} \geq 0$. Если $a \neq 0$, то это прямая, паралл.
оси ординат, которую можно сдвигнуть, т.е. можем сделать $b \Rightarrow \text{если } a=0 \text{ такое в силу}$
тогда, как мы видели, $\frac{5}{6a} \in (-\infty; -\frac{4}{7}\sqrt{2}) \cup (\frac{4}{7}\sqrt{2}; \infty)$

$$\text{I. } \frac{5}{6a} < -\frac{4}{7}\sqrt{2}, \text{ тогда } \frac{5}{6a} < 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow \frac{5}{6} > -\frac{4}{7}\sqrt{2} \Rightarrow \frac{35\sqrt{2}}{48} < a < 0$$

$$0 > a > \frac{-5\sqrt{2}}{48} = -\frac{35}{24\sqrt{2}} = -\frac{35\sqrt{2}}{48}$$

$$\text{II. } \frac{5}{6a} > \frac{4}{7}\sqrt{2}, \text{ тогда } 0 < a < \frac{35\sqrt{2}}{48} \Rightarrow \text{Обратно: } a \in (-\frac{35\sqrt{2}}{48}; \frac{35\sqrt{2}}{48})$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{12} - 5 = -\frac{2}{3} \cdot \log_{11} 11 - 5, \log_{11}x = t.$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3}t - 5$$

$$t^4 + \frac{16}{3t} + 5 = 0 \Rightarrow t^5 + 5t + \frac{16}{3} = 0$$

$$\log_{11}(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = (\log_{0,125y} 3 \cdot (11^{-1})^{-5})$$

$$\log_{11}(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} = -\frac{13}{3} \log_{0,5y} 11 - 5, z = \log_{11}(0,5y)$$

$$t^4 z^4 + \frac{1}{z^2} = -\frac{13}{3z} - 5$$

$$\boxed{z^4 + \frac{16}{3t} + 5 = 0} \quad \boxed{z^5 + 5z + \frac{16}{3} = 0}$$

$$z^4 - t^4 + \frac{16}{3} \cdot (z+t) = 0$$

$$(z-t) \cdot (z^3 + t^2) + \frac{16}{3} \cdot (z+t) = 0$$

$$\Sigma, z=t=0 \Rightarrow \log_{11}x + \log_{11}(0,5y) = 1 \Rightarrow xy = 22$$

$$\text{II. } (z-t) \cdot (z^3 + t^2) + \frac{16}{3} = 0$$

($\rightarrow 3\sqrt[3]{2}$)

$$f(z) = z^4 + \frac{16}{3}z + 5, f'(z) = 4z^3 + \frac{16}{3} \Rightarrow f'(z) = 0 \text{ при } z = \sqrt[3]{-\frac{4}{3}}$$

~~⇒ второй максимум при $z = 2$.~~

$$\boxed{z^5 + 5z + \frac{16}{3} = 0}$$

$$\boxed{(z^5 + t^5) + 5(z-t) = 0}$$

Продолжение:

$$f(x) = x^4 + 5x, f'(x) = 4x^3 + 5 > 0 \text{ при } x > 0 \Rightarrow \text{если } f(a) = f(b), \text{ то } a = b$$

$$f(x) = -x^4 - 5x = (-1) \cdot (x^4 + 5x) = -f(x), f(2) = -\frac{16}{3}, f(-2) = \frac{16}{3} \Rightarrow z = -t, \text{i.e. } z+t=0 \Rightarrow$$
$$\log_{11}x + \log_{11}0,5y = 0 \Rightarrow 0,5xy = 1 \Rightarrow xy = 2,$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

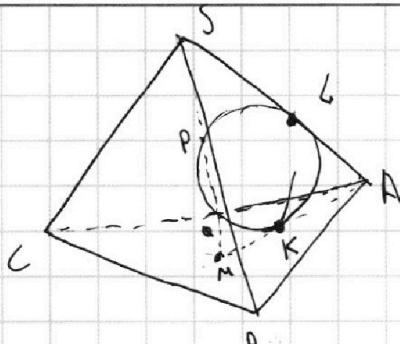
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

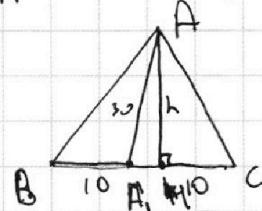
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



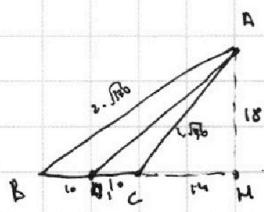
$SP = QM \Rightarrow$ ~~угол между торами~~ $S\text{орт}_A$ и $Q\text{орт}_A$ равны $\angle SPQ$
 $\Rightarrow \angle SPQ = \angle QM \cdot \angle MP = SP \cdot (SP + PQ) / (SP \cdot SQ) > SP \cdot SQ$
 $\Rightarrow MK = SL; AK = AL \Rightarrow AM = AS \Rightarrow AA > \frac{3}{2} AS = 30.$



$$h = \frac{25\sqrt{3}}{2} = 18 \Rightarrow AA' = 18 \quad (K - \text{основ. высоты})$$

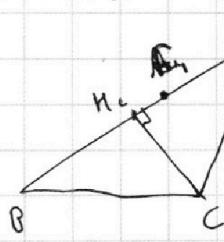
$$\Rightarrow A, K = 24.$$

209 + 81



$$AC = \sqrt{10^2 + 14^2} = 2 \cdot \sqrt{9^2 + 7^2} = 2 \cdot \sqrt{130}$$

$$BA = \sqrt{10^2 + 3^2} = 2 \cdot \sqrt{9^2 + 1^2} = 2 \cdot \sqrt{370}$$



$$MA_a = 30$$

$$CM_C = \frac{360}{2 \cdot \sqrt{370}} = \frac{180}{370}$$

$$BH_2 = \sqrt{10^2 - \frac{180^2}{370}} = \sqrt{400 - \frac{324}{370}} = \sqrt{400 - \frac{324}{370}} = \sqrt{400 - \frac{324}{370}} = \sqrt{400 - \frac{324}{370}}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 18 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

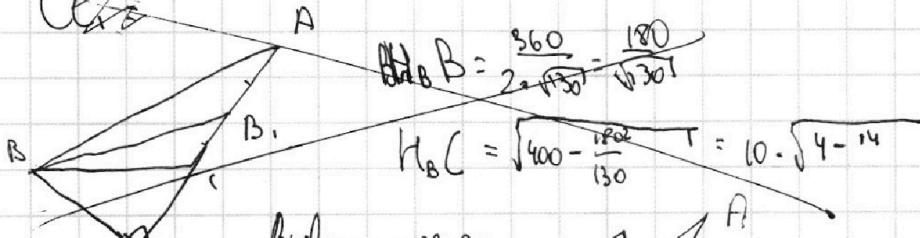
$$BH_C = \sqrt{400 - \frac{180^2}{370}} = 10 \cdot \sqrt{4 - \frac{324}{370}} = 10 \cdot \sqrt{4 - \frac{324}{370}} = 10 \cdot \sqrt{\frac{324}{370}}$$

7.

$$H_C C_1 = \sqrt{370} - 10 \cdot \sqrt{\frac{324}{370}} = \frac{10}{\sqrt{370}} \cdot (\sqrt{370} - \sqrt{324})$$

$$(C_1)^2 = H_B C_1^2 + H_C C_1^2 = \frac{100}{37} \cdot (37 - 36)^2 + \frac{180^2}{370}$$

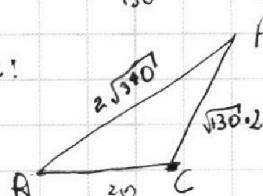
След.



$$BH_B = \frac{360}{2 \cdot \sqrt{370}} = \frac{180}{370}$$

$$H_B C = \sqrt{400 - \frac{180^2}{370}} = 10 \cdot \sqrt{4 - \frac{144}{370}}$$

Видимо треугр.:



I-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}x - \frac{6}{\log_{11}x} = -\frac{3}{2}, \log_{11}1 - 5$$

$$AC: 2^{12} 3^{25} 5^{28}$$

$$\deg_2(a) = d$$

$$\deg_2(b) = e$$

$$\deg_2(c) = f$$

$$d+f \geq 6$$

$$d+f \geq 14$$

$$\log_{11}^4 x = \frac{9}{2} \log_{11} \cdot \frac{1}{\log_{11} x} \rightarrow 5$$

$$\begin{aligned} \log_{11}^5 x &= \frac{9}{4} \\ \log_{11}^4 (b,5g) &= 9 \\ (\log_{11}(0,7y)) &= 9 \end{aligned}$$

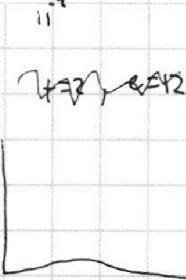
20 36

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} 11 = \log_{11} \frac{1}{21} AS - 5 \quad d+f \geq 16 \quad \frac{AD}{ED} = \frac{AC}{CF}$$

ii

$$d+e+f \geq 18$$

$$\frac{-2}{3}$$



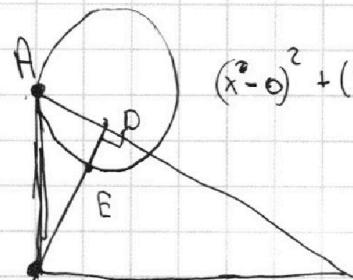
$$(x-0)^2 + (y+9)^2 = 4$$

$$81 - 63 = 18$$

$$d \approx e = 2$$

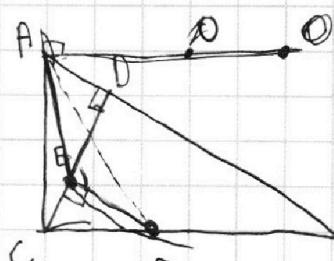
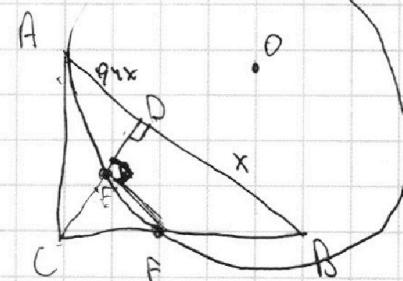
$$f = 4$$

$$f = 12$$



$$5x - 6ay - b = 0$$

$$B: y = \left(\frac{-5}{6a}\right)x + \frac{b}{6a}$$



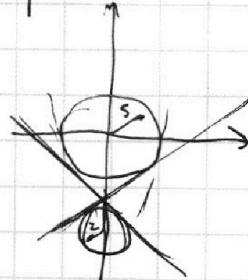
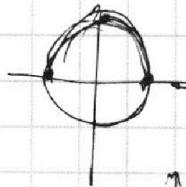
$$10 \arccos(\sin x) > 9\pi - 2x$$

$$\arccos x = t$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$t \in (0, \pi)$$

1.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



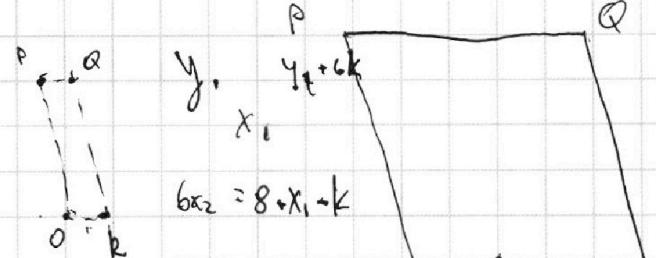
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$-3\sqrt{3}$$

$$\frac{4}{3} \cdot 3\sqrt{\frac{11}{3}} = \frac{16}{3}\sqrt{\frac{11}{3}} = 5;$$



$$x_2 = 8 - x_1 - k, k \text{ фиксир. мин. } -5 \leq k \leq 5$$

$$6 \cdot (x_2 - x_1) \cdot (y_2 - y_1) = 48$$

x_1, y_1, x_2, y_2 оптим.

x_1, y_1

$$-3 \cdot 4\sqrt{\frac{11}{3}} \leq x_2 \leq \sqrt{\frac{11}{3}} + 17$$

$$(2-6) \cdot \frac{16}{3} + (24+4) \cdot 10 = 0$$

$$= 5 - \frac{4}{3} \cdot 3\sqrt{\frac{11}{3}}$$

5

$$5 - \frac{4}{3} \cdot 3\sqrt{\frac{11}{3}} > 0$$

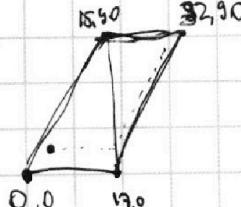
$$\frac{15}{4} > 3\sqrt{\frac{11}{3}}$$

$$5 - 4\sqrt{\frac{11}{3}} > 0$$

$$\frac{5}{4} > 3\sqrt{\frac{11}{3}}$$

$$2 \cdot \frac{125}{64} > \frac{a}{3}$$

$$32.5 > 25.6$$



$$x_2 = \frac{-30}{16} \Rightarrow x_2 = -1.875$$

$$\frac{\sqrt{5}}{6}$$

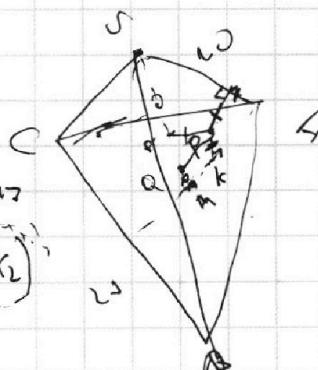
$$b_2 > b_1, \\ y_1 < y_2$$

$$x_1 < x_2 \\ y_1 > y_2$$



$$y_1 = 6(x_1 - x_2) + 17 \text{ при } x_2 < 0$$

$$y_2 = 48 + y_1 + 6 \cdot (x_1 - x_2)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

 МФТИ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ