



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№1

Выражения ab , bc и ac можно представить
след. образом: $ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \cdot k$

$$(v) \quad bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{11} \cdot p, \text{ где } \{k, p, m\} \in \mathbb{N}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{13} \cdot m$$

$$\text{Тогда } ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{35} \cdot kpm$$

Заметим, что $(5^{14} \cdot k) \cdot (5^{11} \cdot p)$ должно быть
большим или равно знач. $5^{143} \cdot m$, иначе числа
 a, b хотя одно из чисел a, b, c будет не натур.
равным, т.к. для выполнения рав-в (v) како-
нибудь число будет представ. в виде $2^t \cdot 3^n \cdot 5^{-g}$,
т.е. 5^{-g} будет отриц. натур. где $\{t, n, g\} \in \mathbb{Z}$

Чтобы знач. abc было натур. потребуем,
чтобы $5^{32} \cdot kp = 5^{43} \cdot 1 \Rightarrow kp = 5^{11}, m=1$

$$\text{Получим, что } (abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{36}$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{21.5} \cdot 5^{18} \text{ - натур. знач.}$$

Пример:

$$\begin{aligned} a &= 2^4 \cdot 3^{13/2} \cdot 5^{21} \\ b &= 2^3 \cdot 3^{9/2} \cdot 5^0 \\ c &= 2^{10} \cdot 3^{21/2} \cdot 5^{22} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} ab &= 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{21} \\ bc &= 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{22} \\ ac &= 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \end{aligned}$$

Ответ: $2^{34} \cdot 3^{43.5} \cdot 5^{43}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~2

1) Проведем FE до
пересеч. с AC :

$$FE \cap AC = K,$$

тогда по т. о касат
и секущей: $KE \cdot KF = AK^2$ (*)

2) П.к. $AB, BD = \frac{13}{10}$,

то пусть $AD = 3p$, $BD = 10p$

и т.к. $FK \parallel AB$, то пусть $FE = 10t$, $EK = 3t$

3) $CD^2 = BD \cdot AD = 10p \cdot 3p$

$CD = \sqrt{30} p$, аналогично $CE = \sqrt{30} t$

$$AC^2 = CD^2 + AD^2 = 30p^2 + 9p^2 = 39p^2 \quad (\text{м. Пифаг.})$$

Аналогично: $CK = \sqrt{39} t$

4) $AK = AC - CK = \sqrt{39} p - \sqrt{39} t = \sqrt{39}(p - t)$

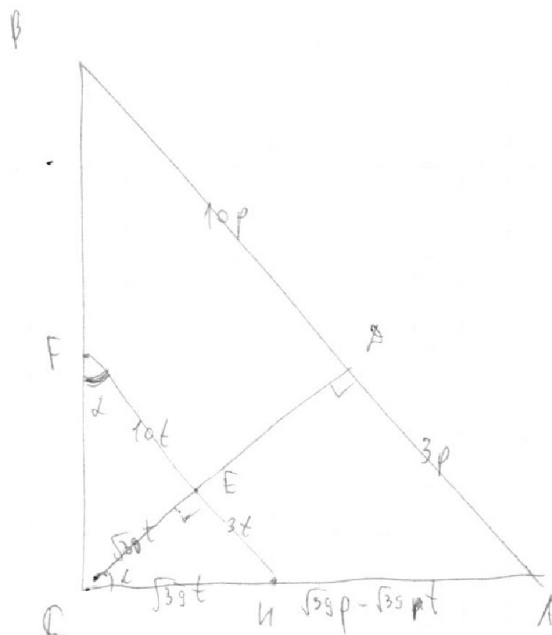
из (*) имеем: $3t \cdot 13t = 39(p - t)^2$

$$\cancel{t^2} \cdot \cancel{p^2} \cdot (p - t)^2 - t^2 = 0$$

$$(p - 2t)p = 0$$

$$\begin{cases} p = 0 \text{ (н)} \\ p = 2t \text{ (н)} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{см. 1}}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 (продолжение)

$$5) \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CEF}} = k^2, \text{ где } k = \frac{CD}{FE} (\triangle ACD \sim \triangle CFE)$$

$$\begin{cases} \frac{CD}{FE} = \frac{\sqrt{30}p}{10t} = \frac{2\sqrt{30}pt}{10t}, \quad \frac{\sqrt{30}}{5} = k \\ p = 2t \end{cases}$$

Получим, что отклон. площадей тр-ков
равно $k^2 = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$ Ответ: $\frac{6}{5}$

стр. 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \arccos\left(\cos\left(\pm\frac{\pi}{2} + x\right)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

Зная, что $\arccos(\cos t) = t$, $t \in [0; \pi]$, имеем.

$$\begin{cases} 5\left(\pm\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{3\pi}{2} + x \end{cases}$$

$$(\vee) \quad \pi = 6x$$

$$\begin{cases} 0 \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \quad (\wedge) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x \quad (\vee) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \pi \quad \text{где} \quad \cos\left(-\frac{\pi}{2} + x\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Ответ $\frac{\pi}{6}$

Ответ $\frac{\pi}{6}, \pi$

$$5\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$
$$\frac{15\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

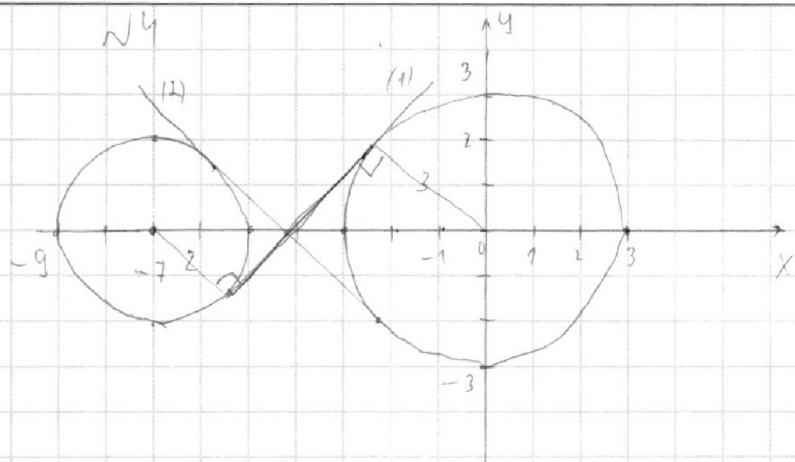
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x+7)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases}$$

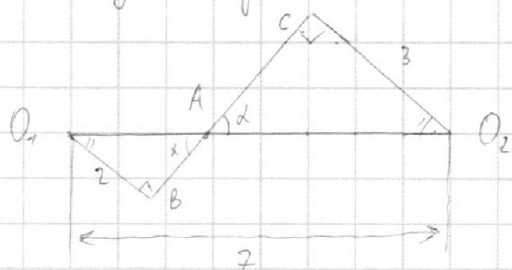


Решением данной системы являются пересечения прямой вида $y = kx + c$ с двумя данными окр-ми. В нашей случае $y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$ должна

пересекать $(x+7)^2 + y^2 = 4$ и $x^2 + y^2 = 9$, чтобы было 4 решения. Т.к. в можно взять, наоборот, то нас ограничивает только угол наклона нашей пр-й, а именно он не должен быть больше или равен углу наклона прямой (1) и не д.б. $\leq$ углу (2)

(прямые (1) и (2) обозн. на графике)

Найдем угол наклона пр-й (1):



$$\triangle ABO_1 \sim \triangle ACO_2 \quad \frac{O_1B}{O_1C} = \frac{O_1A}{O_2A} = \frac{2}{3}$$

$$O_1A + O_2A = 7$$

$$2k + 3k =$$

$$2t + 3t = 7$$

$$t = \frac{7}{5} \Rightarrow O_1A = \frac{14}{5}; O_2A = \frac{21}{5}$$

стр. 1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

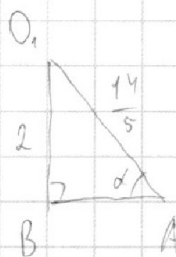
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

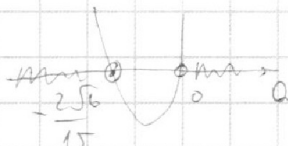


№4 (продолжение)

$$AB = \sqrt{\left(\frac{14}{5}\right)^2 - \left(\frac{10}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{5} \cdot \frac{24}{5}} = \frac{4}{5}\sqrt{6}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{4\sqrt{6}/5} = \frac{5}{2\sqrt{6}} \Rightarrow -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{15a + 2\sqrt{6}}{6\sqrt{6}a} > 0$$



$$a < -\frac{2\sqrt{6}}{15}$$

В силу симметрии угол макс. пр-й (2)

будет вычисл. суг. обр.:

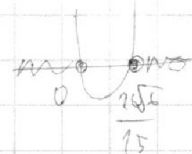
$$\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = -\frac{5}{2\sqrt{6}}$$

↓

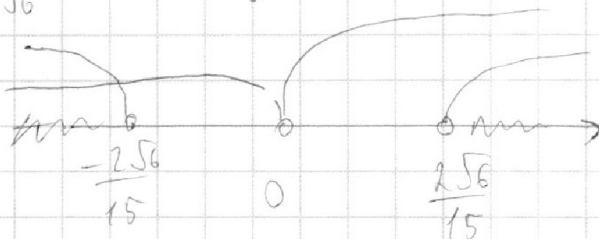
$$-\frac{1}{3a} > -\frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$a < -\frac{2\sqrt{6}}{15}$$

$$\frac{15a - 2\sqrt{6}}{6\sqrt{6}a} > 0$$



Ответ: $(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$



Заметим, что при $a=0$, мы получаем пр-ю $x - 7b \geq 0$ и, кот. не при каких b не имеет и пересек с окр-ми.

$$\text{Ответ: } (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$$

стр. 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~5

Пусть $t = \log_2 6x$, $p = \log_2 y$, тогда
сист. переписывается след. образом:

$$\begin{cases} t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{24} - 4 \\ p^4 + \frac{6}{p} = \frac{5}{24} - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2t^5 + 8t - 1 = 0 & (1) \\ 2p^5 + 8p + 7 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2): 2(t^5 + p^5) + 8(t + p) = 0$$

$$(t + p)(t^4 - t^3p + t^2p^2 - tp^3 + p^4 + 4) = 0$$

$$\begin{cases} t^4 - \frac{7}{2t} + 4 = 0 & (3) \\ p^4 + \frac{7}{2p} + 4 = 0 & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^4 - \frac{7}{2t} + 4 = 0 & (3) \\ p^4 + \frac{7}{2p} + 4 = 0 & (4) \end{cases}$$

Заметим, что вторая
скобка, это кубическая 4-я сте-
пень + 4, откуда 2-я скобка > 4

Получим экв. решение: $t + p = 0$

$$\log_2 6x + \log_2 y = 0$$

$$\log_2 6xy = 0 = \log_2 1$$

↓

$$6xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

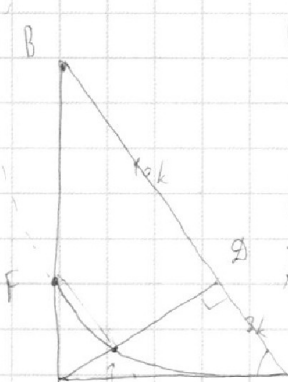
Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CE}{CF} = \frac{FE}{BF}$$

~~CE~~
~~3/0k~~

$\frac{CE}{CA} = \frac{FM}{AB}$

$$100\text{E}_2\text{FES}_2$$

$$\frac{CE}{KE} = \frac{FE}{LE}$$

$\sqrt{30}/10 \cdot FE$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{FH}{AB}$$

$$\frac{CD}{AD} = \frac{AB}{CB}$$

$$\frac{CE}{\sqrt{30}k} = \frac{FH}{13k}$$

$$C^2 = A \otimes B$$

$$C_p = 30k$$

13CE - F1530

43		FH
10		FE

$$\frac{10}{13}FH = \frac{43}{10}FE$$

$$hE > FN - fE$$

$$H_E = \frac{3}{10} FF_B$$

$$\frac{CD}{BC} = \frac{AD}{AC}$$

$$x(x+y) = 2$$

$$\frac{HE}{CE} \cdot FC \cdot CH = AH^2$$

$$H E = \frac{2}{13} F H$$

$$KE - F_H = \frac{3}{2} F_H^2 = A H^2$$

$$HE \cdot HF \approx AH$$

$$\frac{HC}{AC} = \frac{EM}{AP}$$

$$\begin{array}{r} CE + FE \\ \hline CD + AD \end{array}$$

$$\frac{FE}{FC} = \frac{CE}{CF}$$

Feb 25 - X

$$KF = \frac{FC}{CF}$$

$$+ \cos\left(\frac{25}{2} - x\right)$$

$$\frac{15x}{2} = x \cdot \frac{2}{2} \cdot x$$

$X \subset Y$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 & t = p \\
 & t^4 + t^3 p + t^2 p^2 + t p^3 + p^4 - 4 = 0 \\
 & t^3(t+p) + t^2 p^2 + t p^3 + p^4 - 4 = 0 \\
 & (t+p)(t^3 + t p^2) + p^4 - 4 = 0 \\
 & F_H = \frac{\sqrt{30}}{3}
 \end{aligned}$$

$$t^4 + p^4 + t p(t^2 + p^2) + t^2 p^2 = 4$$

$$t p(t^2 + t p + p^2)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sqrt{30} \cdot FE^2}{10 \cdot 3 \sqrt{30} k^2} = \frac{FE^2}{30 k^2} \\
 & F_H = \frac{13 CE}{\sqrt{30}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{CE}{CA} = \frac{CH}{AC} = \frac{EH}{AA}$$

$$\frac{CE}{\sqrt{30} k} = \frac{EH}{3 k}$$

$$F_H = \frac{13 CE}{\sqrt{30}}$$

$$F_H = AH \sqrt{\frac{13}{3}}$$

$$\frac{AC - AH}{AC} = \sqrt{\frac{3}{13}} \cdot \frac{AH}{AB}$$

$$\frac{CH}{AC} = \frac{EH}{AB} = \frac{3 F_H}{13 AB} = \frac{3 CE}{13 CA}$$

$$\frac{CH}{AC} = \frac{3 \cdot CE}{\sqrt{30} AB}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{CH}{AC} = \frac{F_H}{AB} &= \frac{3}{13} \cdot \sqrt{\frac{13}{3}} \cdot \frac{AH}{AB} \\
 &= \sqrt{\frac{13}{3}} \cdot \frac{AH}{AB}
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\frac{CE}{OE} = \frac{CH}{AC} = \frac{AC-AH}{AC} = 1 - \frac{AH}{AC}$$

$$AC^2 = 9p^2 + 30p^2$$

$$AC = \sqrt{39} p$$

$$BC^2 = 100p^2 + 30p^2$$

$$BC = \sqrt{130} \text{ p}$$

$$\frac{CE}{\rho \sqrt{30}} = \frac{CH}{\sqrt{33} \rho}$$

$$C_f = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{30}} \text{ cm}$$

$$CP^2 = BP \cdot A\mathcal{D}$$

$$X(X+Y) = (p\sqrt{3}g-2)^2 \quad HE \cdot HF, AH^2$$

$$3t \cdot 13t = (p59 - 100)^2 - 130$$

42

21 21

$$x + y = 21$$

$$y + z = 21$$

$x + 2 = 42$

$$FH = \sqrt{\frac{13}{3}} AH$$

$$CE = \frac{50}{10} FE$$

$$\frac{FE}{CE} = \frac{CE}{CM}$$

$$\frac{CE}{CA} = \frac{CM}{AC}$$

$$\frac{CF}{p\sqrt{30}} = \frac{CN}{\sqrt{30}p}$$

CH₁ · FE · CE

$$\frac{10}{\sqrt{30}} CE^2 \cdot \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{39}}$$

$$CH_4 \xrightarrow{\frac{10}{\sqrt{30}}} CE \rightarrow CE'$$

$$\frac{EH}{A\cancel{D}} = \frac{CH}{AC}$$

$$CQ = \sqrt{30}p$$

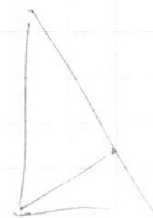
$$EH = \frac{3}{\sqrt{39}} CH$$

$$KE = \frac{3}{10} FE$$

$$H_E = \frac{3}{13} F_H$$



$$\begin{aligned} & \cancel{a} b^2 \geq \cancel{a} c \\ & b^2 \geq c \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

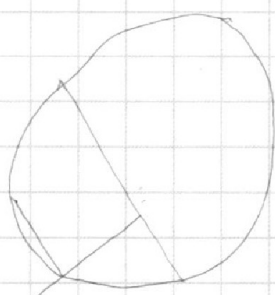
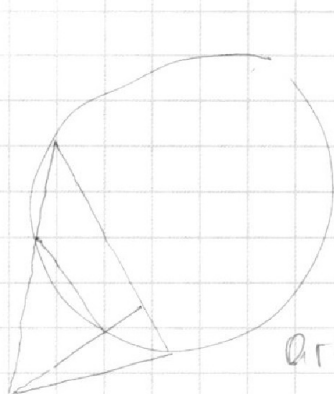
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{BC} = \frac{13}{10}$$

$$\sin x = t, \cos x = \sqrt{1-t^2}$$

$$\arccos(\cos t) = t$$

$$\frac{AB}{CB} = \frac{BC}{BA}$$

$$0 \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \pi \quad | \quad t \in [0, \pi]$$

$$AB \cdot BC = CA \cdot BC$$

$$130k^2 = CA \cdot BC$$

$$\frac{S_{\triangle ACB}}{S_{\triangle CEF}} = k^2 \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

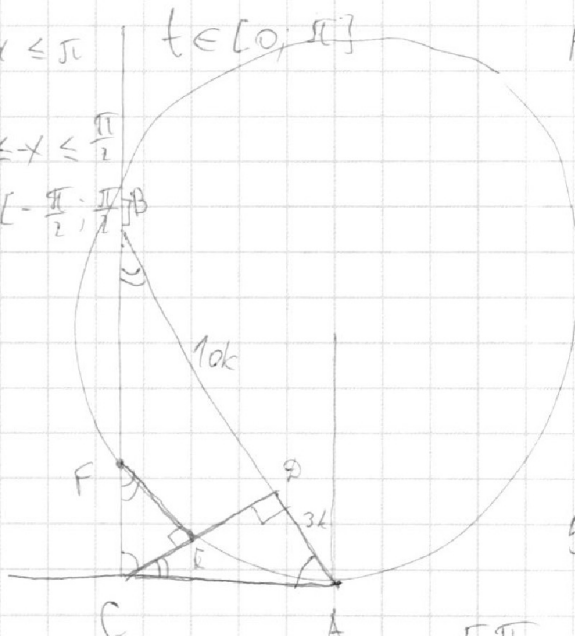
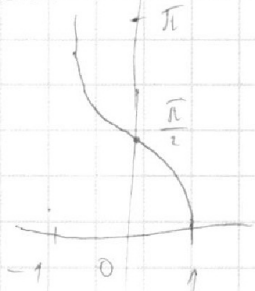
$$\frac{S_{\triangle ACB}}{S_{\triangle CEF}} = k = \frac{CA}{FE}$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - x)$$

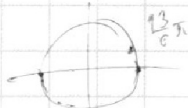
$$\arccos(\sin x) =$$

$$= \arccos(\sqrt{1-t^2})$$

$$5 \arccos(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x$$



$$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$



$$\pi = 6x$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

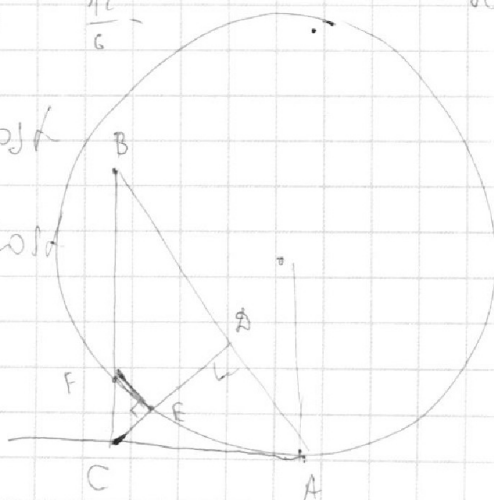
$$\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{BC} = \frac{FE}{CA} = \frac{1}{6}$$

$$\cos(\pi k + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(\pi + \pi t + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$0 \leq \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x + 2\pi t \leq \frac{\pi}{2}$$



$$\frac{\pi}{6} = \frac{13}{6} - \frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{5\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} + \frac{13}{6}\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{13} \cdot k$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \cdot p$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \cdot m$$

$$26+12 \quad 32+43$$

Q 3

$$x+y=7$$

$$y+z=13$$

$$x+z=14$$

7 4

$$x+y=11$$

$$y+z=15$$

$$x+z=12$$

$$5^{29/2} \quad 5^{-11/2}$$

21 0

$$x+y=21$$

$$y+z=22$$

$$x+z=43$$

$$a = 2^4 \cdot 3^{12/2}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^{9/2}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{21/2}$$

$$x-z=-4$$

$$x+z=17$$

$$x = 1\frac{3}{2} \quad y = \frac{9}{2} \quad z = \frac{25}{2}$$

$$21+22$$

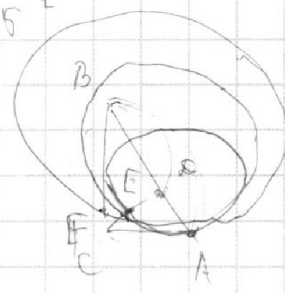
$$x+y=$$

$$k+p=$$

$$(abc) = a^x b^y c^z =$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{45} \cdot kpm$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{43/2} \cdot 5^{45/2}$$



13 1

$$x+y=14$$

$$y+z=18$$

$$x+z=53 \quad 43$$

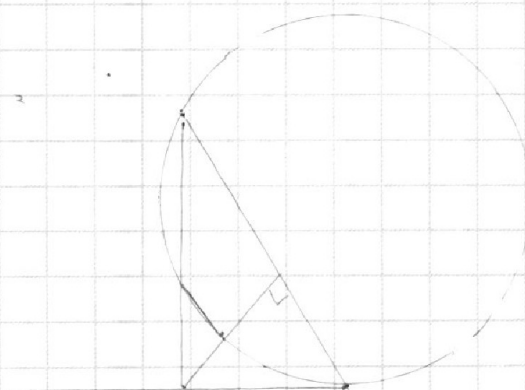
$$y = -\frac{11}{2}$$

$$x-z=-4$$

$$2x=39$$

$$x+z=43$$

$$x = 3\frac{9}{2} = 19,5$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \\ (x+7)^2 + y^2 = 2 \end{cases} \quad (x+7)^2 + y^2 = -45 \quad | +45$$

$$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$16 \cdot 6$$

$$-\frac{1}{3a} <$$

$$x - 7b = 0$$

$$y = kx + b$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 2$$

$$x^2 + 14x + k^2x^2 + x \cdot 2kb + b^2 + 45 = 0$$

$$x^2(k^2+1) + 2x(kb+7)$$

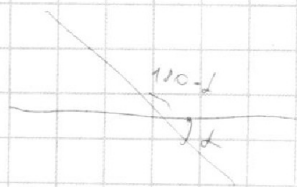
$$x^2 + k^2x^2 + 2xkb + b^2 - 9 = 0$$

$$9k^2 - b^2 + 9 = 0$$

$$x^2(1+k^2) + x \cdot 2kb + b^2 - 9$$

$$\Delta_k = k^2b^2 - (k^2+1)(b^2-9) = k^2b^2 - k^2b^2 + 9k^2 - b^2 + 9$$

$$\lg x = \lg(\pi - 2)$$



$$\frac{5}{256} - \frac{1}{3a} > 0 \quad \frac{15a - 256}{656a}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7^4 6x - 2 \log_6^7 = \frac{1}{2} \log_{16x}^{343} - 4$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 21 \overline{) 145} \\ 63 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \end{array}$$

$$36x^2 \neq 1$$

$$x^2 \neq \frac{1}{36}$$

1

$$x \neq -\frac{1}{6}$$

$$t^4 + p^4 = -8$$

$$\begin{array}{l} y > 0 \\ y \neq 1 \end{array}$$

$$\log_7^4 6x - \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{3}{2 \log_7 6x} - 4$$

$$y \neq -1$$

$$t^4 - \frac{21}{2t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$p^4 + \frac{18}{2p} = \frac{5}{2p} - 4$$

$$t^4 - \frac{7}{2t} + 4 = 0$$

$$p^4 + \frac{7}{2p} + 4 = 0$$

$$2p^5 + 8p + 7 = 0$$

$$2t^5 - 8t + 7 = 0$$

$$\log_7 y = \log_7 6x$$

$$2(p^5 + t^5) + p(p - t) = 0$$

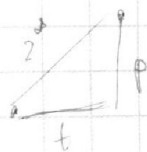
$$\log_7 \frac{y}{6x}$$

$$p^5 + t^5 + 4(p - t) = 0$$

$$(t - p)(t^4 + t^3p + t^2p^2 + tp^3 + p^4) = 0$$

$$2t^5 - 2p^5 - 8t + 8p = 0 \quad 4(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 40$$

$$t^5 - p^5 + 4(t - p) = 0$$



$$\begin{array}{l} t^4 + p^4 = 2^2 \\ 4t + 8p = 40 \end{array}$$