



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. По усл.: $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \\ bc: 2^3 \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \\ ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} m & (1) \\ bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} n & (2) \\ ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} k & (3) \end{cases}$$

где $m, n, k \in \mathbb{N}$

$$(1) \cdot (2) \cdot (3): a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{85} mnk$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{21} \cdot 5^{42} \sqrt{3 \cdot 5 \cdot mnk}$$

т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, то $abc \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{3 \cdot 5 \cdot mnk} \in \mathbb{N}$.

Нужно найти такое m, n, k , чтобы $\sqrt{mnk} \rightarrow \min$

$$\frac{(1) \cdot (3)}{(2)}: \frac{ab \cdot ac}{bc} = 2^{7+14-13} \cdot 3^{11+17-15} \cdot 5^{14+43-18} \cdot \frac{mk}{n}$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{13} \cdot 5^{39} \cdot \frac{mk}{n}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^{19} \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mk}{n}}$$

$$\frac{(1) \cdot (2)}{(3)}: \frac{ab \cdot bc}{ac} = 2^{7+13-14} \cdot 3^{11+15-17} \cdot 5^{14+18-43} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$b^2 = 2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^{-11} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mn}{k}}$$

$$\frac{(2) \cdot (3)}{(1)}: \frac{ac \cdot bc}{ab} = 2^{14+13-7} \cdot 3^{17+15-11} \cdot 5^{43+18-14} \cdot \frac{nk}{m}$$

$$c^2 = 2^{20} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27} \cdot \frac{nk}{m}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{13} \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{nk}{m}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3}{5^{11} \cdot k} \cdot \frac{mn}{k}} \in \mathbb{N} \\ \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mk}{n}} \in \mathbb{N} \\ \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{nk}{m}} \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{3}{5^{11} \cdot k} \cdot \frac{mn}{k} &\geq 1 \\ mn &\geq \frac{5^{11}}{3} k \\ mnk &\geq \frac{5^{11}}{3} k^2 \end{aligned}$$

mnk - минимально и $\in \mathbb{N}$
при $k=3$, тогда при $m=5^6$
 $n=5^5$
 $k=3$

все корни ~~к~~ - натуральные число.

$$\begin{aligned} abc &\geq 2^{18} \cdot 3^{21} \cdot 5^{38} \cdot \sqrt{5 \cdot 3 \cdot (5^{11} \cdot 3)} = \\ &= 2^{18} \cdot 3^{21} \cdot 5^{38} \cdot 5^6 \cdot 3 = 2^{18} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43} \end{aligned}$$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

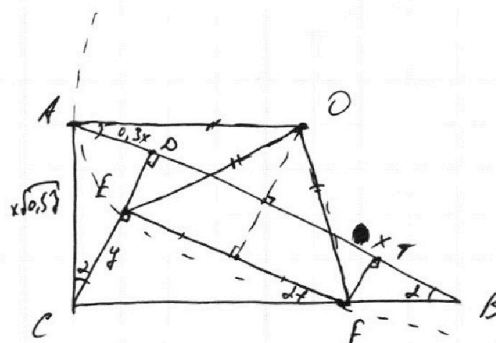
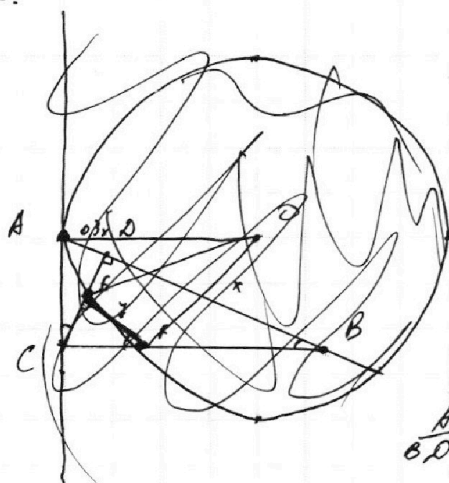
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2.



$$\frac{AB}{BD} = 1,3 \Rightarrow AB = 1,3x \Rightarrow AD = AB - BD = 0,3x$$

$$BD = x$$

По св-ву вписанной хорды в окружности. Δ -ка:

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB} = x \cdot \sqrt{0,3} \Rightarrow AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = x \sqrt{0,09 + 0,3} = x \sqrt{0,39}$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot CD = \frac{1}{2} x^2 \cdot 0,3 \sqrt{0,3}$$

Поскольку $CE = y \Rightarrow \frac{CE}{CF} = \sin \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{0,3}{\sqrt{0,39}}$

$$\frac{y}{CF} = \frac{3}{\sqrt{39}} \Rightarrow CF = y \frac{\sqrt{39}}{3}$$

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = x \sqrt{1,69 - 0,39} = x \sqrt{1,3}$$

$$BF = BC - CF = x \sqrt{1,3} - y \frac{\sqrt{39}}{3} \quad \text{по ср. } FF \perp AB.$$

$$FF = ED = CD - CE = x \sqrt{0,3} - y$$

$$\frac{FF}{FB} = \sin \alpha = \frac{0,3}{\sqrt{0,39}} \Rightarrow \frac{x \sqrt{0,3} - y}{x \sqrt{1,3} - y \frac{\sqrt{39}}{3}} = \frac{0,3}{\sqrt{0,39}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

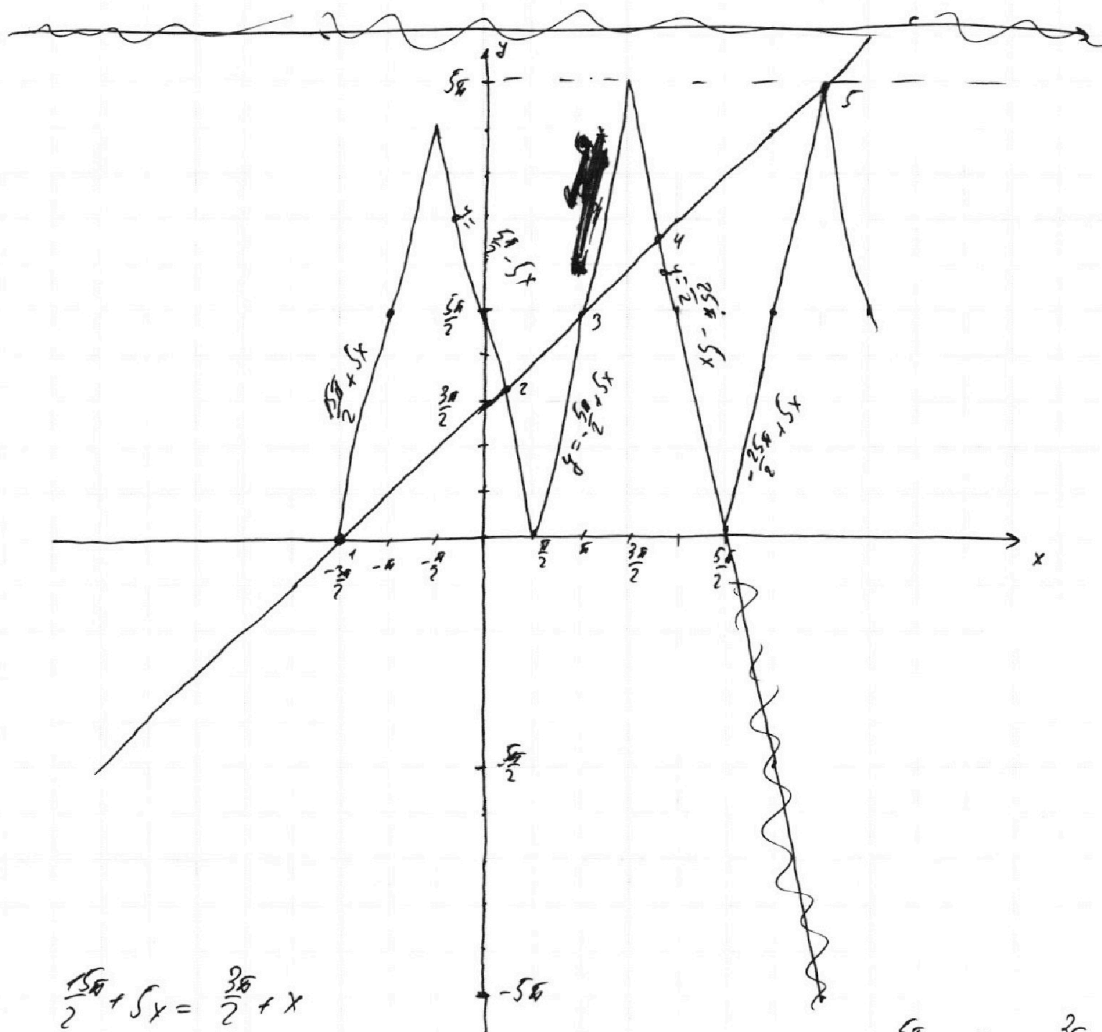
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3.

Попробим угадать левый и правый тосты.

$0 \leq 5 \cos(\sin x) \leq 5 \Rightarrow$ т.к. при $x \geq \frac{3\pi}{2} : \frac{3\pi}{2} + x > 5\pi$
 $x < -\frac{3\pi}{2} : \frac{3\pi}{2} + x < 0$, то
 решения содержится только в обл. $[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$



$$1: \frac{3\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x \\ 4x = -\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{8}$$

$$2: \frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow 6x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{3\pi}{2}$

$$3: -\frac{5\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x \\ 4x = \frac{8\pi}{2} \Rightarrow x = \pi$$

$$5: -\frac{3\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x \\ 4x = \frac{6\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{2}$$

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.

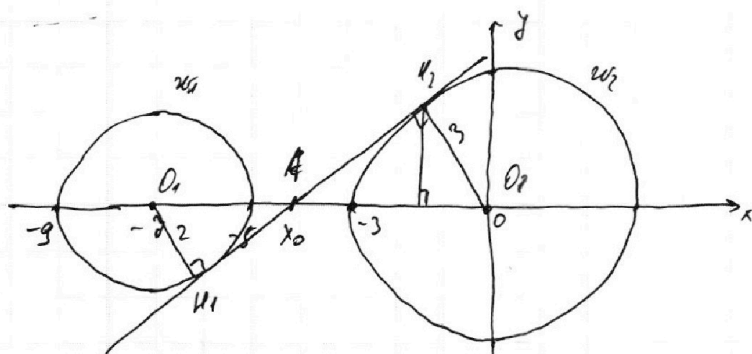
$$\begin{cases} x + 3ay - 3b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3b}{3a} - \frac{x}{3a} & (1) \\ \begin{cases} (x+7)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases} & (2) \end{cases}$$

1 - прямая с угл. коэфф $-\frac{1}{3a}$. При $b \in \mathbb{R}$ перемещается "вверх и вниз" отн. оси y

2 - две окр. ω_1 с центр $(-7; 0)$ и рад. 2 и ω_2 с центром $(0; 0)$ и рад. 3.

Не найдется таких b , чтобы система имела 4 решения, если угловый коэфф. прямой 1 будет больше или равен по модулю угл. коэфф. внутр. касательной к обеим окр.



и ω_2 подобна $\triangle O_1AH_1$
и OAH_2 :

$$\frac{O_1H_1}{AO_1} = \frac{O_2H_2}{AO_2}$$

$$\frac{2}{x+7} = \frac{3}{-x_0}$$

угл. коэфф. $k = \frac{O_2H_2}{AH_2} = \frac{3}{4\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{24} = \frac{\sqrt{6}}{8}$

и решено будет, если $\frac{1}{3a} \geq \frac{\sqrt{6}}{8} \Rightarrow |a| \leq \frac{8}{3\sqrt{6}} \Rightarrow |a| \leq \frac{4\sqrt{6}}{9}$

$AH_2 = \sqrt{4.2^2 - 3^2} = \sqrt{12 - 9} = \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{12}}{6} = \frac{3 \cdot 2\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{4\sqrt{6}}{9}] \cup [\frac{4\sqrt{6}}{9}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \log_2^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x} 343 - 4 & x > 0 \\ \log_2^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2}(7^5) - 4 & y > 0, y \neq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_2^4(6x) - 2 \cdot \frac{\log_2 7}{\log_2 6x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\log_2 7}{\log_2 6x} - 4 \\ \log_2^4 y + 6 \frac{\log_2 7}{\log_2 y} = \frac{5}{2} \frac{\log_2 7}{\log_2 y} - 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \log_2(6x) &= t \\ \log_2 y &= u \end{aligned}$$

$$\begin{cases} t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4 \\ u^4 + \frac{6}{u} = \frac{5}{2u} - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^5 + 4t = \frac{7}{2} \quad (1) \\ u^5 + 4u = -\frac{7}{2} \quad (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow t^5 + 4t + u^5 + 4u = 0$$

$$t^5 + 4t = -(u^5 + 4u) \quad (3)$$

$$\log_2(6x) - \text{выраст.} \Rightarrow t^5 + 4t, \text{ где } t = \log_2(6x) - \text{выраст.}$$

($(t^5 + 4t)' = t^4 + 4 > 0$)

$$\text{Аналогично } u^5 + 4u - \text{выраст.} \Rightarrow \text{убывает}$$

$\Rightarrow$ ур-е (3) имеет единств. корень. Заметим, что

$$\text{при } t = -u \quad (3) \text{ верно.} \Rightarrow \log_2(6x) = -\log_2(y)$$

$$\log_2(6x) = \log_2\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$6x = \frac{1}{y}$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$2: \cos 2 = \sin x$$

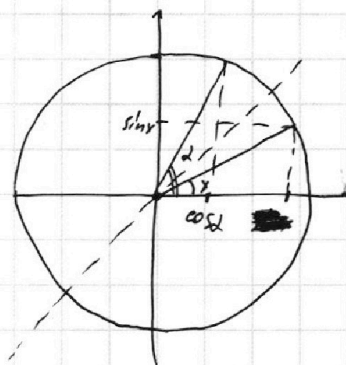
$$2 = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi = 6x \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$5 \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow 5 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

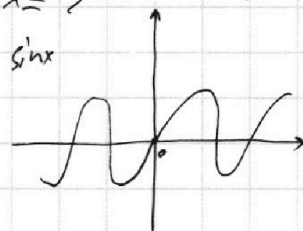


$\arccos(x)$

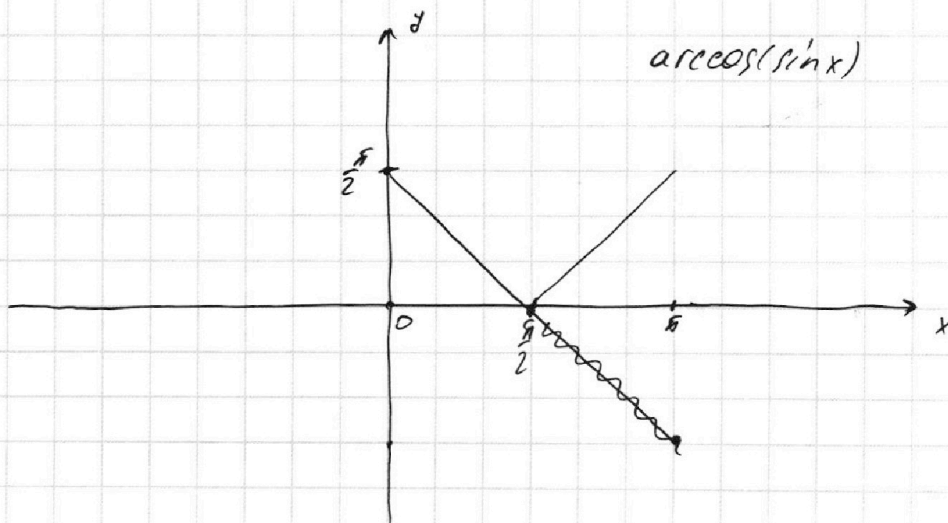
$$0 \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq -x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$



$\arccos(\sin x)$



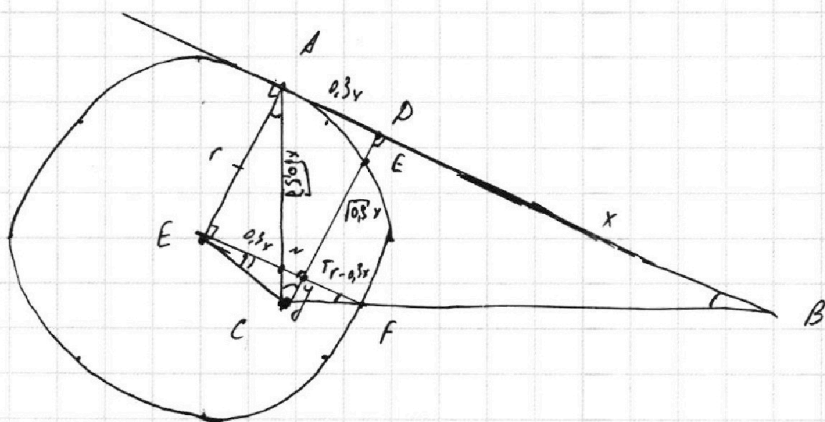
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

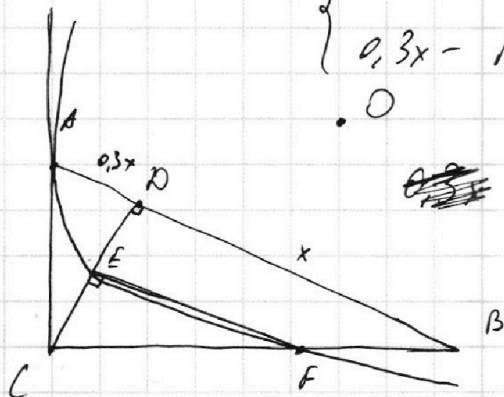


$$AC = x \sqrt{0,3^2 + 0,3} = x \sqrt{0,27 + 0,3} = x \sqrt{0,57}$$

$$VF = \varphi \sqrt{0,3}$$

$$\frac{y}{r-0.3x} = \sqrt{0.3} \quad ; \quad \frac{\cancel{0.3x} - \sqrt{0.3}y}{r} = \sqrt{0.3}$$

$$\begin{cases} y = \sqrt{0,3} r - 0,3\sqrt{0,3} x \\ 0,3x - \sqrt{0,3} y = \sqrt{0,3} r \end{cases}$$



$$\cancel{0.3} \quad y - 0.3x + \sqrt{0.3}y = -0.3\sqrt{0.3}x$$

$$y(1 + \sqrt{0,3}) = (0,3 - 0,3\sqrt{0,3})$$

$$\frac{f}{x} = \frac{0,3(1 - \sqrt{0,3})}{1 + \sqrt{0,3}}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{0,3(1 - 2\sqrt{0,3} + 0,3)}{1 - 0,3} = \frac{0,3(1,3 - 2\sqrt{0,3})}{0,7}$$

$$f = \frac{3}{8}(13 - 2\sqrt{13}) \times$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



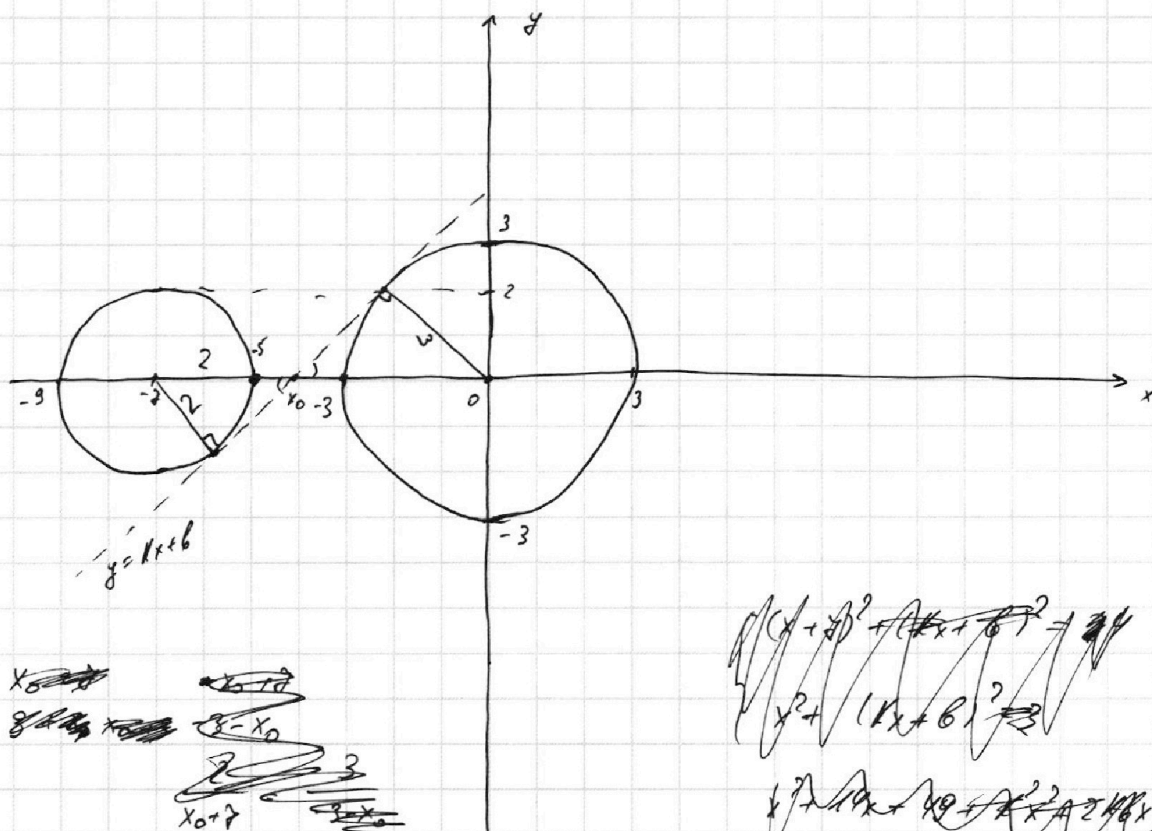
$$\begin{cases} x + 3ay - 2b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$$

$$(x + 7)^2 + y^2 = 2^2$$

$$x + 3ay - 2b = 0$$

$$y = \frac{2b - x}{3a} = \frac{2b}{3a} - \frac{x}{3a}$$



$$\begin{aligned} x_0 &= -7 \\ y_0 &= 0 \\ x_0 + 7 &= 0 \\ y_0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x + 7)^2 + y^2 &= 4 \\ x^2 + 14x + y^2 &= -45 \end{aligned}$$

$$x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$$

$$x^2 + 14x + y^2 = -45$$

$$-6 - 2x_0 = 3x_0 + 21$$

$$\frac{2}{x_0 + 7} = \frac{3}{-x_0} \Rightarrow -2x_0 = 3x_0 + 21 \Rightarrow x_0 = -\frac{21}{5} = -4.2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

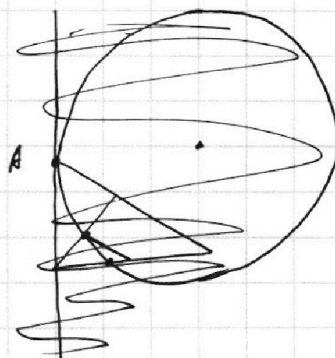
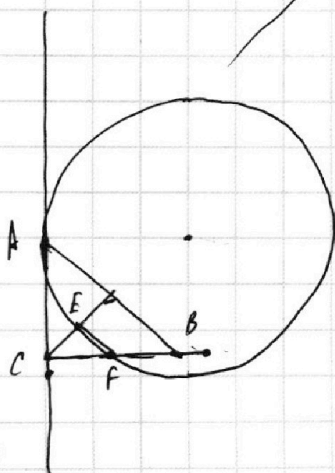
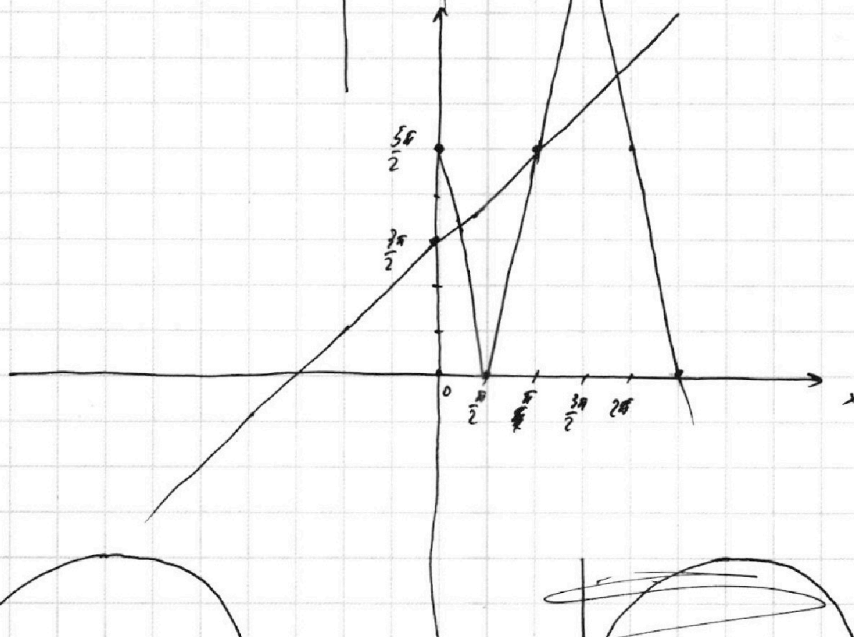
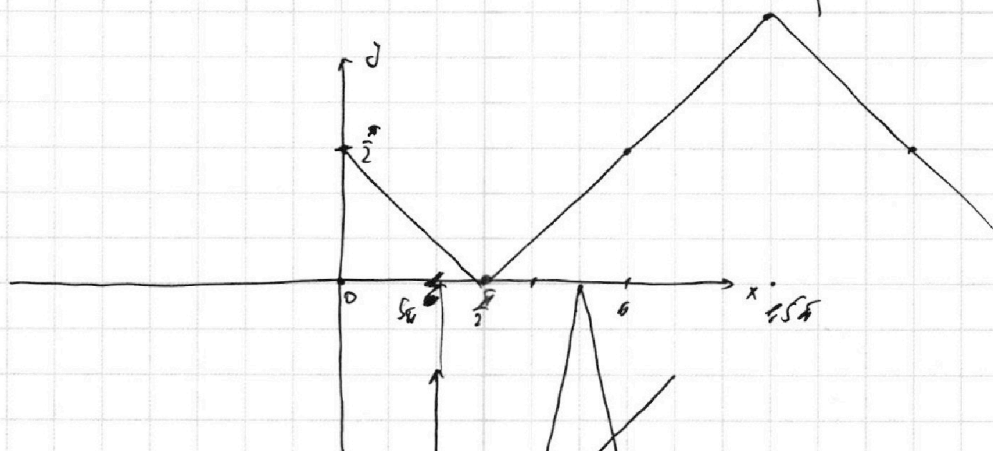
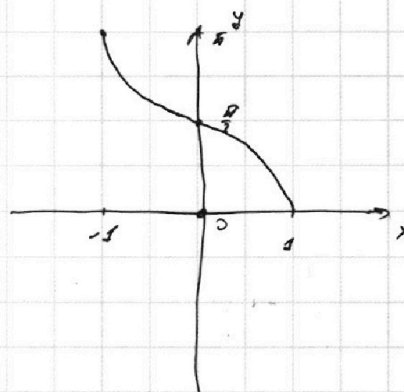
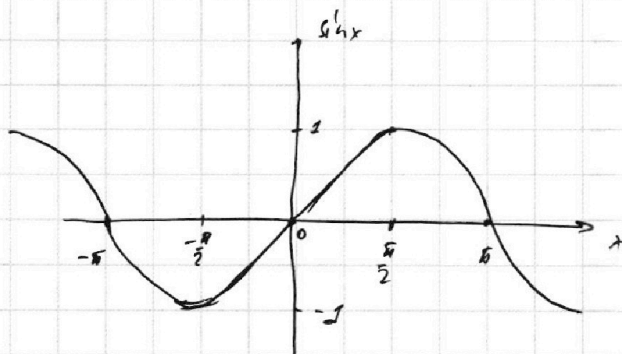
5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43}$$

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \cdot m$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \cdot n$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43} \cdot k$$

$$\frac{a}{c} = \frac{2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}}{2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}} \cdot \frac{m}{n} = \frac{1}{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^4} \cdot \frac{m}{n}$$

~~1/2~~

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{33} \cdot 5^{75} \cdot mnk$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ + 18 \\ \hline 61 \\ + 14 \\ \hline 75 \end{array}$$

~~24~~ 32

$$abc = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{32} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 mnk}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ - 12 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ - 32 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{cases} m = 3 \\ n = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} ab = 2^7 \cdot 3^{12} \cdot 5^{10} \\ bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{19} \\ ac = 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43} \cdot k \end{cases}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{19}}{2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}} = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^5$$

$$c = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^5 \cdot a$$

$$ac \cdot b^2 = 2^{10} \cdot 3^{26} \cdot 5^{32} \cdot mn$$

$$b^2 = 2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^{11} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$a^2 = 2^{14+7-13} \cdot 3^{18+11-15} \cdot 5^{43+19-14} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{38} \cdot k \rightarrow 1$$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{19} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{13} \cdot 5^{39} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$c^2 = 2^{14+13-7} \cdot 3^{18+15-11} \cdot 5^{43+18-14} \cdot \frac{mn}{m}$$

$$c^2 = 2^{20} \cdot 3^{21} \cdot 5^{47} \cdot \frac{nk}{m}$$

$$\begin{array}{r} + 14 \\ + 18 \\ \hline 32 \\ - 43 \\ \hline 11 \end{array}$$

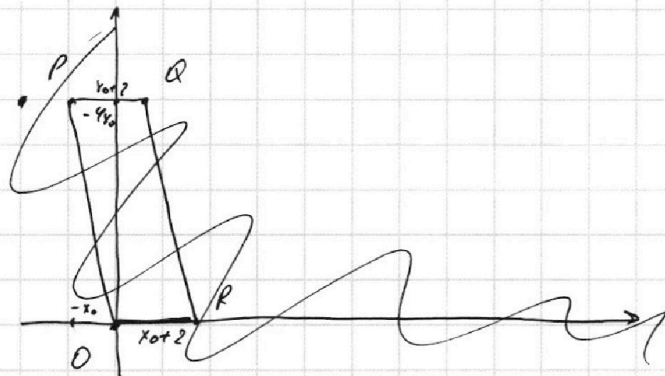
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

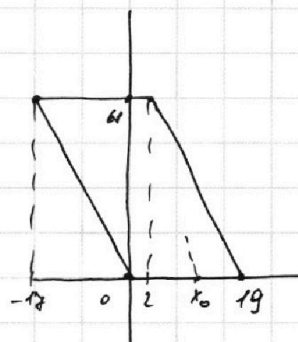
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_0 = +19$$



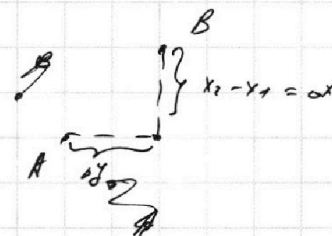
$$A(x_1; y_1) \quad B(x_2; y_2)$$

$$(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 40$$

$$x_1 - x_2 = 40$$

$$4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$$

$$4x_2$$



$$4x_1 + y_1 = 40$$

$$(x_0; 0) \rightarrow (x_0 + n; x_0 + y_4), \quad n \in \mathbb{Z}, \quad 0 \leq n \leq 19$$

$$\frac{FV}{FB} = \frac{0.3}{10.52} = \frac{x\sqrt{0.3} - y}{x\sqrt{1.12} - y\sqrt{5.2}} \cdot \frac{1}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2\log_6 x = \log_{36x^2} 343 - 4 \\ \log_7^4(y) + 6\log_9 x = \log_{y^2}(x^5) - 4 \end{cases}$$

~~$$\log_7^4(6x) - 2 \cdot \frac{\log_7 x}{\log_7 6x} = \frac{3}{2} \frac{\log_7 x}{\log_7 6x} - 4$$~~

$$\begin{array}{r} \times 49 \\ 2 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$\log_7^4(6x) - 2 \cdot \frac{1}{\log_7 6x} = \frac{3}{2} \frac{1}{\log_7 6x} - 4$$

$$\log_7(6x) = t$$

$$(t^5 + 4t)' = 5t^4 + 4 = 0$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$t^4 = \frac{7}{2t} - 4$$

$$t^5 = \frac{7}{2} - 4t$$

$$t^5 + 4t = \frac{7}{2}$$

$$\log_7^4(y) + 6 \cdot \frac{1}{\log_9 y} = \frac{5}{2} \log \frac{\log_7 x}{\log_9 y} - 4$$

~~$$\log_7^4(4) + \frac{6}{2} = \frac{5}{2} - 4$$~~

$$4^5 + 6 = \frac{5}{2} - 4$$

$$4^5 + 4 = -\frac{7}{2}$$

~~$$t^5 + 4t = 2^5 + 4$$~~

~~$$\log_7^5(6x) + 4\log_7(6x) = \log_7^5(18) + 4\log_7(18)$$~~

~~$$t^5 + 4t = 2^5 + 4$$~~

$$6x = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{54}$$

~~$$t = -2$$~~

$$\log_7 6x = -\log_7 x$$

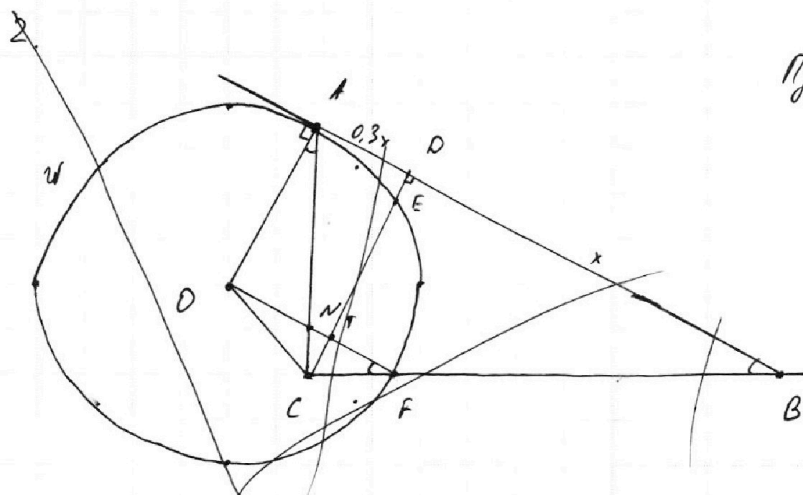
На одной странице можно оформлять **только одну задачу**.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

[illegible]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



~~Пусть $W(0; r)$ - заданная окружность из U .~~

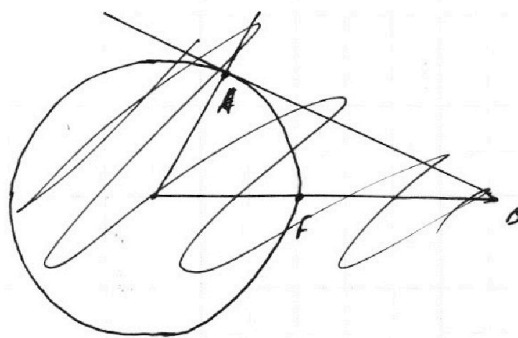
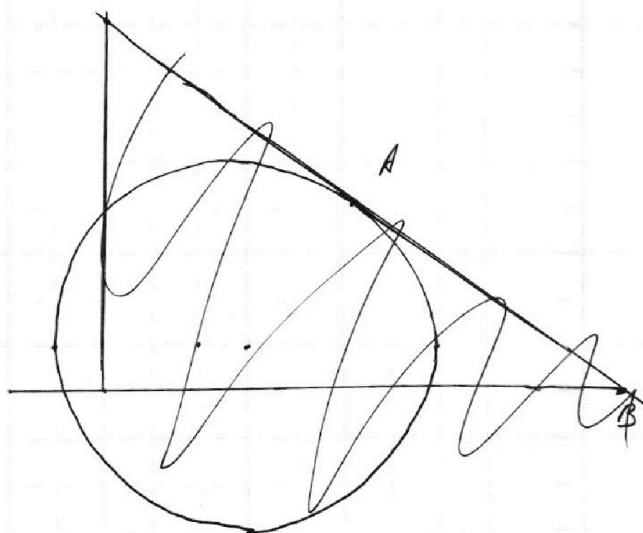
~~$$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{1} = ?$$~~

~~$\Rightarrow$ ny cfb $BD = x \Rightarrow AB = 13x$~~

$$\Rightarrow AD = AB - BD = 93x$$

По св-ву ~~высоты~~ в прям. $\triangle$: $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = x\sqrt{9,3}$

$AB \perp CD$
 $AD \perp AC$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!