



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-17;68)$ ,  $Q(2;68)$  и  $R(19;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c$  — натур.

$$ab : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac : 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

$$\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 : 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

$$abc : 2^{\frac{34}{2}} \cdot 3^{\frac{43}{2}} \cdot 5^{\frac{75}{2}} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

~~$$abc : 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38} \Rightarrow abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$~~

~~$$\text{пример } abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$~~

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5$$

заметим, что если  $ac : 5^{43} \Rightarrow abc : 5^{43}$

$$abc : 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43} \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

пример:  $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^0$$

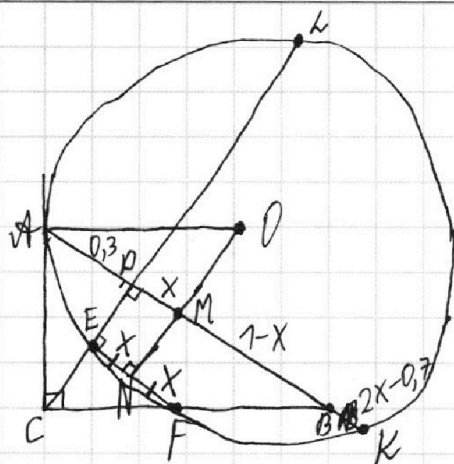
$$c = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{23}$$

заметим, что условие выполняется.

Ответ: ~~ВВ~~  $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AB \parallel EF \quad \angle AOB = 90^\circ$$

$$AB:BD = 1,3 \quad CD - \text{выс.}$$

$$\text{Н-тм: } \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = ?$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AD+BD}{BD} = 1,3 \Rightarrow \frac{AD}{BD} = 0,3$$

Допустим  $BD = 1$ , тогда  $AD = 0,3$

$N$  - сер  $EF$ ;  $K$  - точка пересек прямой  $AB$  и окр  
( $K \neq A$ )  
 $O$  - центр окружности.

$EF$  - хорда  $\Rightarrow ON$  - сер пер к  $EF$

$CD \perp AB$  ( $CD$  - выс) и  $AB \parallel EF \Rightarrow ON \parallel ED$

$M$  - точка пересек  $ON$  и  $AK$

$AB \parallel EF$ ,  $ED \parallel MN \Rightarrow EN = EF = DM = x$

$AK$  - хорда и  $AK \perp ON \Rightarrow M$  - сер  $AK$

$$AM = 0,3 + x \Rightarrow MK = 0,3 + x$$

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{0,3}$$

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 = 0,3^2 + \sqrt{0,3}^2 = 0,39$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$L$  - точка пересечения прямой  $CD$  и окружности ( $L \neq E$ )

степень точки для  $C$ :

$$AC^2 = CE \cdot CL = 2\sqrt{0,3}x \cdot (CD + DL) = 0,6x + 2\sqrt{0,3}x \cdot DL$$

$$CE = \frac{EF}{BD} \cdot CD = 2x\sqrt{0,3} \quad (\triangle CEF \sim \triangle CDB)$$

$$DL = \frac{0,39 - 0,6x}{2\sqrt{0,3}x}$$

степень точки для  $D$

$$AD \cdot DK = ED \cdot DL \Rightarrow DL = \frac{AD \cdot DK}{ED} = \frac{0,3 \cdot (DM + MK)}{CD - CE} =$$

$$= \frac{0,3(2x + 0,3)}{(1 - 2x)\sqrt{0,3}}$$

$$\frac{0,39 - 0,6x}{2\sqrt{0,3}x} = \frac{0,3(2x + 0,3)}{(1 - 2x)\sqrt{0,3}}$$

$$\frac{1,3 - 2x}{2x} = \frac{2x + 0,3}{1 - 2x}$$

$$1,3 - 2,6x - 2x + 4x^2 = 4x^2 + 0,6x$$

$$5,2x = 1,3$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{AEF}} = \frac{AD \cdot CD}{CE \cdot EF} = \frac{0,3 \cdot \sqrt{0,3}}{2x\sqrt{0,3} \cdot 2x} = \frac{0,3}{4x^2} = \frac{0,3}{4 \cdot (\frac{1}{4})^2} = 1,2$$

Ответ:  $\frac{S_{ACD}}{S_{AEF}} = 1,2$



|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x \in (0; \frac{\pi}{2}] + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - 5x + 10\pi k = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k$$

$$5 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos 2 \in [0; \pi]$$

$$1) x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$5 \arccos(\cos(\pi - (0; \pi] + 2\pi k)) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - 5x + 10\pi k = x$$

$$x = \frac{\pi + 10\pi k}{6} = \frac{1+10k}{6}\pi$$

$$x = \frac{1}{6}\pi + \frac{5}{3}\pi k; \frac{11}{6}\pi + \frac{5}{3}\pi k; \frac{7}{2}\pi + \frac{5}{3}\pi k$$

$$2) x \in [\frac{\pi}{2}; \pi] + \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$5(x - \frac{\pi}{2} - 2\pi n) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$4x - \pi - 10\pi n = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{5}{2}\pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 10\pi n; \frac{5\pi}{2} + 10\pi n$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{6}\pi + 6\pi k; \frac{11}{6}\pi + 6\pi k; \frac{7}{2}\pi + 6\pi k; \frac{3\pi}{2} + 10\pi n; \frac{5\pi}{2} + 10\pi n, k, n \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

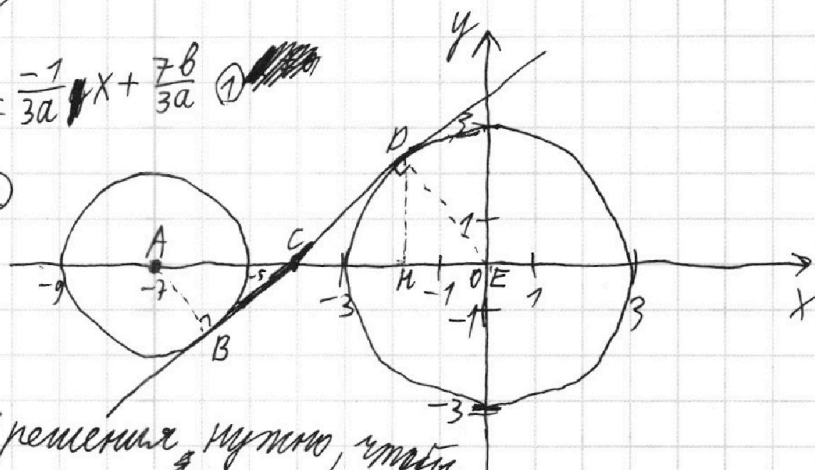


1 часть

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \text{ (1)} \\ (x + 7)^2 + y^2 = 4 \text{ (2)} \\ x^2 + y^2 = 9 \text{ (3)} \end{cases}$$



чтобы было ровно 4 решения, нужно, чтобы  
прямая (1) пересекала окружности (2) и (3) в двух  
точках каждую.

найдем наклон внутренней касательной  $y = kx + c$

$$\triangle ABC \sim \triangle EDC \Rightarrow AC/CE = AB/DE = \frac{2}{3} \quad AC + CE = 7$$

PH — высота на OX

$$k = \frac{PH}{CH} = \frac{DE}{CD} = \frac{3}{\sqrt{CE^2 - 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{4,2^2 - 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{0,96}} = \sqrt{\frac{25}{24}}$$

$$\triangle CPH \sim \triangle CED$$

или если  $a = 0$ , то прямая вертикальная и не может иметь  
4 пересеч  $\Rightarrow a \neq 0$

$$y = \frac{-1}{3a}x + \frac{7b}{3a} \quad \frac{7b}{3a} \text{ — любое, не зависит от } a$$

чтобы прямая могла пересечь обе окр.  $k < \frac{-1}{3a} < k$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(2 часть)

$$\cancel{\sqrt{\frac{25}{24}}} - \sqrt{\frac{25}{24}} < \frac{-1}{3a} < \sqrt{\frac{25}{24}}$$

$$\sqrt{\frac{25}{24}} > \frac{1}{3a} > -\sqrt{\frac{25}{24}}$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{\frac{25}{24}} > \frac{1}{3a} \quad (a > 0) \\ a > \sqrt{\frac{24}{25}} / 3 \\ \frac{1}{3a} < -\sqrt{\frac{25}{24}} \quad (a < 0) \\ a < -\sqrt{\frac{24}{25}} / 3 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{25}{24}} = \frac{1}{3a}$$

$$a = \sqrt{\frac{24}{25}} / 3$$

$$a \in \cancel{(-\infty; -\sqrt{\frac{24}{25}} / 3)} \cup (\sqrt{\frac{24}{25}} / 3; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } a \in (-\infty; -\sqrt{\frac{24}{25}} / 3) \cup (\sqrt{\frac{24}{25}} / 3; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1 часть

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} 7^5 - 4 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0, x \neq 1, y > 0, y \neq 1$$

$$t = 6x$$

$$\begin{cases} \log_7^4 t - 2 \log_t 7 = 1,5 \log_t 7 - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = 2,5 \log_y 7 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 t - 3,5 \log_t 7 = -4 \\ \log_7^4 y + 3,5 \log_y 7 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 t - 3,5 \log_t 7 = -4 \\ \log_7^4 y + 3,5 \log_y 7 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 t - 3,5 \log_t 7 = -4 \\ \log_7^4 y + 3,5 \log_y 7 = -4 \end{cases}$$

$$a = -\log_7 t \quad b = \log_7 y$$

$$\begin{cases} a^4 + \frac{3,5}{a} = -4 \\ b^4 + \frac{3,5}{b} = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^5 + 4a + 3,5 = 0 \\ b^5 + 4b + 3,5 = 0 \end{cases}$$

уравнение вида  $x^5 + 4x + 3,5 = 0$  имеет ровно  
одно корень, т.к. функция в левой части  
строго возраст.  $\uparrow$  строго  $\uparrow$  возраст.

одно корень, т.к. функция в левой части  
строго возраст. ~~непрерывная~~, непрерывная и  
принимает значения от  $-\infty$  до  $+\infty \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = b$$

$$-\log_7 t = \log_7 y$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2 части

$$-\log_7 6x = \log_7 y$$

$$\log_7 \frac{1}{6x} = \log_7 y$$

$$\frac{1}{6x} = y$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ответ: } xy = \frac{1}{6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

МФТИ

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1 часть

$$4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 10$$

$$4(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 10$$

допустим мы знаем  $(x_1, y_1)$ , тогда <sup>точка</sup> ~~если~~  $x_2 = x_1 + 10$ ,

$y_2 = y_1$  подходит (равенство выполняется), тогда

если есть другая ~~точка~~ подходящая точка  $(x_3, y_3)$ ,

где  $x_3 = x_2 + \Delta x = x_1 + 10 + \Delta x$  и  $y_3 = y_2 + \Delta y = y_1 + \Delta y$ ,

тогда необходимыми и достаточными условиями

на  $\Delta x$  и  $\Delta y$  будет ~~тогда~~  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -4$ , чтобы

равенство продолжало выполняться, тогда для

точки  $(x_1, y_1)$  можно сказать, что все

точки  $(x_2, y_2)$  лежат на прямой  ~~$y - y_1 = -4(x - x_1 + 10)$~~

$$(y - y_1) = -4(x - x_1 - 10)$$

аналогично можно сказать, что если

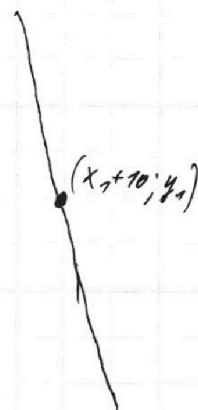
мы знаем  $(x_2, y_2)$ , то все точки  $(x_1, y_1)$

$(x_1, y_1)$  будут лежать на

прямой  $(y - y_2) = -4(x - x_2 + 10)$

В итоге можно сказать, что любые две точки

на ~~прямых~~ двух прямых вида  $y = -4x + b$ , которые  
~~отличаются~~ получаются друг из друга сдвигом по





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

☐☐☐☐☐☒☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2 часть

$Ox$  на 10 (точки на разных прямых) подходят условию. И ~~на~~ наоборот если две точки не лежат на прямой вида  $y = -4x + b$ , ~~то~~ которые получаются сдвигами друг друга по  $Ox$  на 10, то они не подходят.

Заметим, что 2 стороны параллелограмма лежат на прямой вида  $y = -4x + b$ . ( $\frac{68}{-17} = -4$ )

рассмотрим пару отрезков с наклоном  $-4$  и ~~на~~  
 $0 \leq y \leq 68$ , а также проходящих через ~~целочисленные~~  
точки с целыми коорд., ~~на этих прямых~~

если  $y$  при  $x=0$  целый, то на прямой  
будет по 18 целочисленных точек (всего  $18^2$  пар),  
(пара отрезков 1 вида)  
иначе по 17 ( $17^2$  пар)  $\leftarrow$  (пара отрезков 2 вида)

всего пар отрезков 1 вида ~~по~~  $19 - 0 + 1 = 20$ , а  
пар отрезков ~~второго~~ <sup>2</sup> вида  $19 \cdot 3 = 57$

Общее кол-во пар равно  $20 \cdot 18^2 + 57 \cdot 17^2 =$   
 $= 20 \cdot 324 + 57 \cdot 289 = 6480 + 16473 = 22953$

Ответ: 22953



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$0,39 = CE \cdot CL = 2 \times CD \cdot (CD + DL) = 0,6x + 2x\sqrt{0,3} \cdot PL$$

$$0,3 \cdot (2x + 0,3) = (1 - 2x) \cdot CD \cdot DL$$

$$\frac{\sqrt{0,3} (2x + 0,3)}{1 - 2x} = \frac{0,39 - 0,6x}{2x}$$

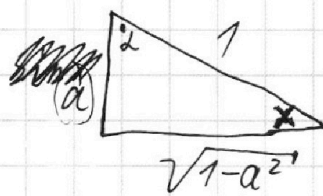
$$1,2x^2 + 0,18x = 0,39 - 0,78x \Rightarrow 0,6x + 1,2x^2 = 0,39$$

$$0,78 \cdot 2x = 0,39$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{0,3}{4x^2} = 1,2$$

$$\sin x = a$$



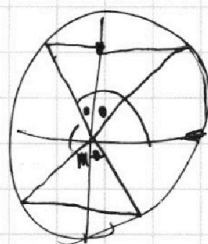
$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - 6x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$\begin{array}{r} x \ 289 \\ 57 \\ \hline 20 \ 23 \\ 144 \ 5 \\ \hline 164 \ 73 \end{array}$$



$$\cos \alpha = \sin x$$

$$\alpha = \arccos(\sin x)$$

$$\alpha = 90^\circ - x$$

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ 270^\circ + k \\ 180^\circ - k \end{array}$$

$$((x+7)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$

$$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a}$$

$$x = -3ay + 7b$$

$$\begin{array}{r} 20 \cdot 324 \\ 6480 \\ + 57 \cdot 289 \\ 16473 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a^5 + 4a = -3,5 \\ (a^4 + 4)a = -3,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4,2^2 - 3^2 = (1,4^2 - 1) \cdot 3^2 = \\ = 0,96 \cdot 3^2 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

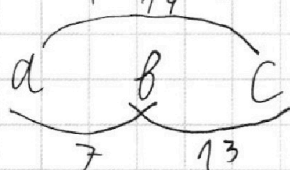
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 14$$

$$bc: 2 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 5 \cdot 18$$

$$ac: 2 \cdot 14 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 43$$



$$2(a+b+c)$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{34}$$

$$abc: 2 \cdot 17$$

$$abc: 3 \cdot \sqrt[4]{3/2} = 22$$

$$abc: 5 \cdot \sqrt[7]{5/2} = 5^{38}$$

$$14 + 18 + 43 = 75$$

$$= 176$$

$$a \cdot 21 \cdot 43 \cdot 22 \cdot c$$

$$\frac{0,3}{CD} = \frac{CD}{1}$$

$$CD = \sqrt{0,3}$$

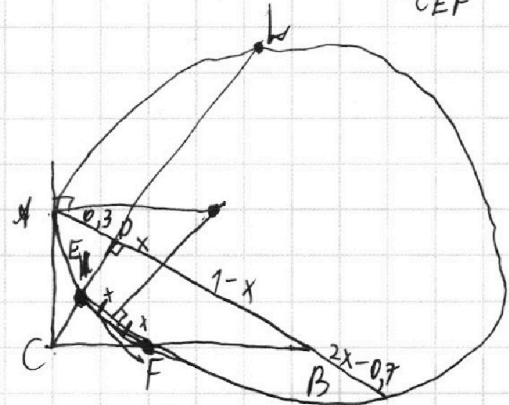
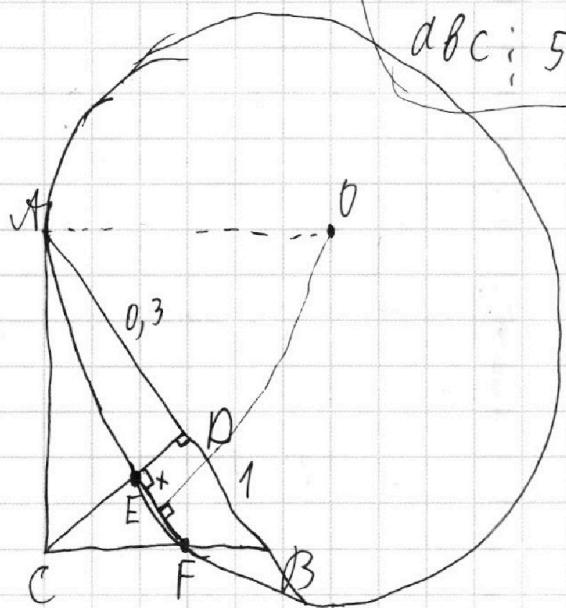
$$AC^2 = 0,3 + 0,3 = 0,39$$

для C:

$$0,39 = 2 \times CD \cdot ((1-2x)CD + x)$$

для D:

$$0,3 \cdot (x + 0,3) = (1-2x)CD \cdot DL$$



$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{0,3 \cdot CD}{CE \cdot \frac{2x}{CF}}$$

$$\frac{0,3(2x+0,3)}{(1-2x)CD} = \frac{0,39}{2 \times CD} - (1-2x)CD$$

$$\frac{0,3(2x+0,3)}{1-2x} = \frac{0,39}{2x} - 0,3(1-2x)$$

$$CD = \sqrt{0,3 + x(1-x)} = \sqrt{0,3 + 0,3x - x^2}$$

$$ED = \frac{1-2x}{1} \cdot CD = (1-2x) \cdot \sqrt{0,3}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{0,3 \cdot CD}{\frac{2x}{1} \cdot CD \cdot 2x} = \frac{0,3}{4x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                                     |                                     |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \left( \frac{\pi}{2} - x \right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \left( x \in \left( 0, \frac{\pi}{2} \right] \right) + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi - 5x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$5 \left( x - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \left( x \in \left( \frac{\pi}{2}, \pi \right] \right) + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \frac{8\pi}{2} = 4\pi$$

$$x = \pi$$

$$5 \left( x - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \left( x \in \left( \pi, \frac{3\pi}{2} \right] \right) + 2\pi l \quad l \in \mathbb{Z}$$

$$4x = 4\pi$$

$$x = \pi$$

$$+ \frac{10}{6}\pi = 1\frac{2}{3}\pi$$

$$\frac{1}{6}\pi \quad \frac{11}{6}\pi$$

$$\frac{21}{6} = 3,5$$

$$x = 1,75\pi$$

$$\downarrow \quad 7,5\pi$$

$$\frac{31}{6} = 5\frac{1}{6} \quad 1\frac{2}{3}$$

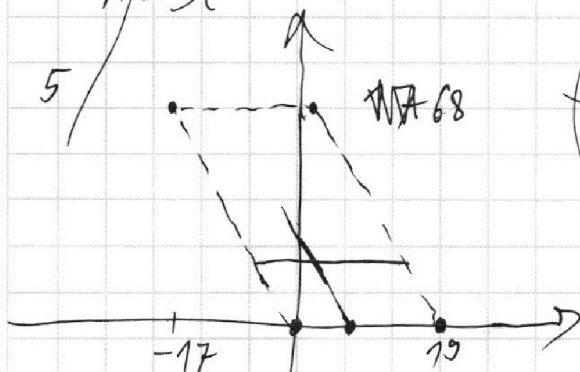
$$\frac{21}{6} = 3,5 \quad -\frac{1}{3}$$

$$\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{6}\pi$$

$$x - \frac{\pi}{2} - 2\pi k \quad 4\pi$$

$$\frac{21}{6}\pi$$

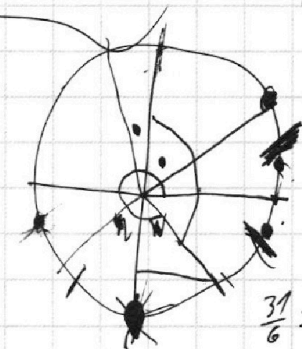
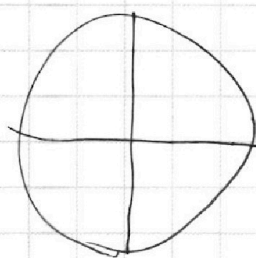


$$4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 40$$

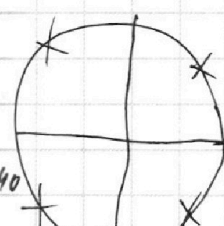
$$31/6 \quad 26/6$$

$$4 \cdot 10$$

$$\Delta x + \Delta y = 10$$



$$k = 0, 1, 2,$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!