



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



10: 26
14: 26

2. 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

4. 3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

3. 4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

3. 6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}, \quad ab: 2^{15} \cdot 7^{11} \quad (1)$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{10} \quad (2), \quad ac: 2^{23} \cdot 7^{19} \quad (3)$$

$$(abc)_{\min} = ?$$

1) Если, чтобы (abc) было мин то
при разложении (abc) на простые
теперь 2^p и 7^k , $p, k \in \mathbb{N}$
 $p, k \geq 0$

2) Если $ac: 7^{19}$, то abc как
минимум делится на 7^{19} , при
 $a = 7^{21} \cdot k$
 $b \not\vdots 7$
 $c = 7^{10} \cdot p$ выполняется
условия (1), (2), (3), след. $(abc)_{\min}$ при
разложении имеет 7^{39}

$$\begin{array}{l} ab \cdot bc = 2^{32} \cdot k \\ b \leq 2^4 \\ ac \cdot bc = 2^{40} \cdot k \\ c \leq 2^{12} \end{array} \quad \begin{array}{l} ab \cdot ac = 2^{38} \cdot k \\ a \leq 2^{14} \end{array}$$

3) Если, чтобы выполнялись все
3 условия, нужно, чтобы
и чтобы abc было мин
след. $(abc)_{\min}$ делится на 2^{28}

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

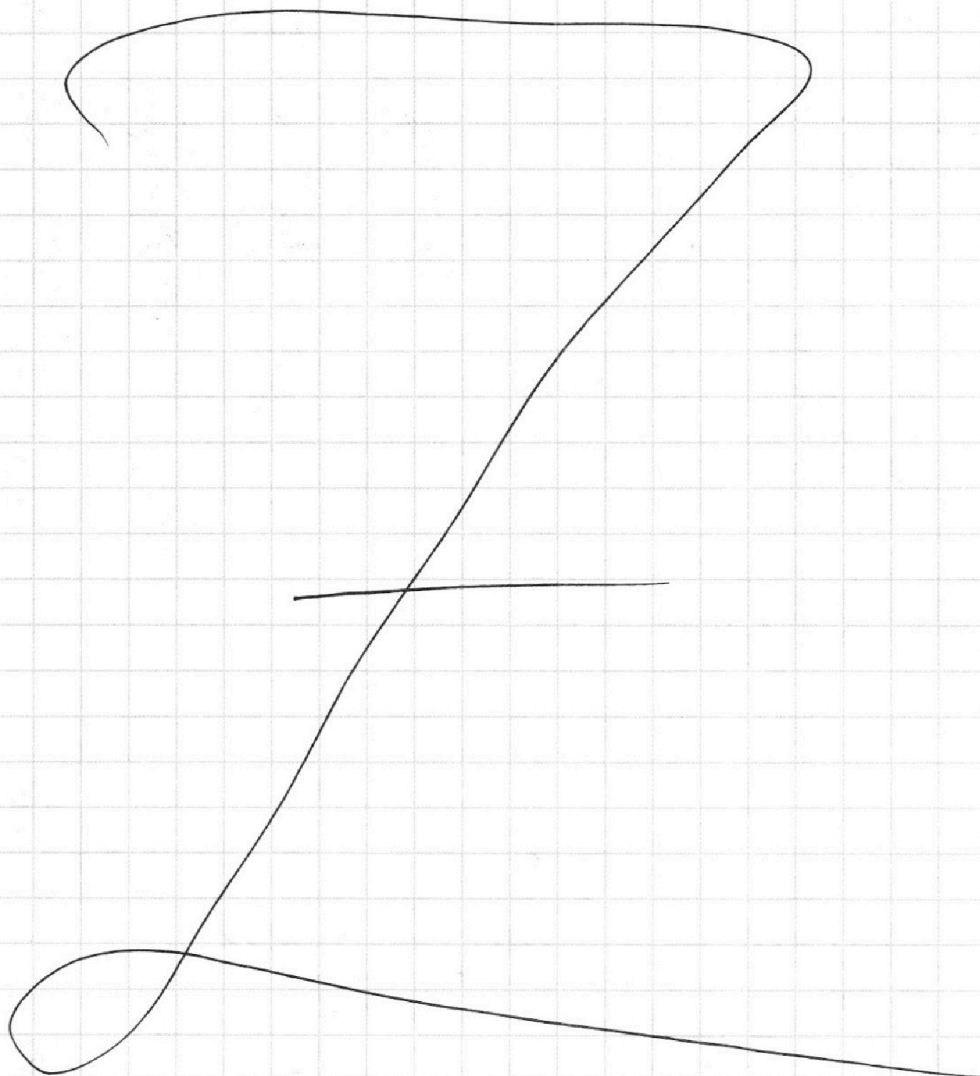
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{12}{(a+b)^2-9ab}, \text{ с учетом}$$

того, что $\frac{a}{b}$ несократимая дробь и $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$, то $m_{\max} = 9$

Ответ: 9.



1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Проверим $O_1H \perp AB$

$$AH = HB$$

$$\text{пусть } AC = 12x$$

$$CB = 7x, \text{ тогда}$$

$$AH = HB = 12x$$

$$HC = 5x$$

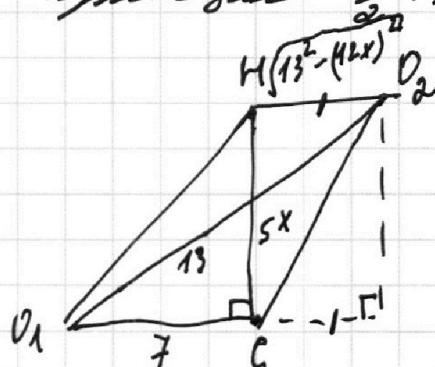
2) рассмотрим $\triangle AHO_2$

из т. Пифагора
для этого треуго.

$$\text{следует: } O_2H = \sqrt{13^2 - (12x)^2}$$

3) рассмотрим трапецию O_1HO_2C

$$O_1O_2 = 13$$



Итак, тогда

$$HC^2 + (O_1C + O_2C)^2 = O_1O_2^2$$

$$25x^2 + (7 + \sqrt{169 - 144x^2})^2 = 169$$

$$25x^2 + 49 + 169 - 144x^2 + 14\sqrt{169 - 144x^2} = 169$$

$$x = 1$$

$$\text{след. } AC = 24x = 24$$

Ответ: 24.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 4.

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + (1 - 9x)$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 + 1 - 18x + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-81x^2 + 9x = 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x(1 - 9x) = 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

1) $1 - 9x = 0$

$$x = \frac{1}{9}$$

также $\frac{1}{9}$ является
корнем данного уравнения

2) $1 - 9x \neq 0$, тогда $9x = 2 \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 81x^2 = 12x^2 + 12x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 69x^2 - 12x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$D = 144 + 4 \cdot 69 \cdot 4 = 1248$$

$$x_1 = \frac{12 - \sqrt{1248}}{2 \cdot 69} < 0$$

(не подходит)

$$x_2 = \frac{12 + \sqrt{1248}}{2 \cdot 69}$$

Важно, также

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} + (1 - 9x) \geq 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 81x^2 + 1 - 18x$$

$$78x^2 - 21x \leq 0$$

$$x \in [0; \frac{21}{78}]$$

Ответ: $\frac{1}{9}$

$x_2 > \frac{21}{78}$, следовательно

или не подходит.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

См.

из

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

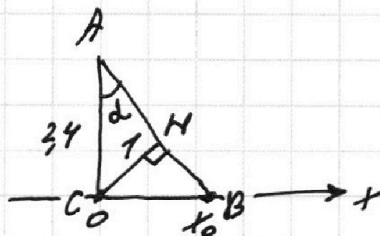


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



если $y=0$, то 16 (продолжение)
 $a = \frac{PB}{x_0}$

рассмотрим $\triangle ABC$
найдем CB



$$\sin \alpha = \frac{1}{2,4} = \frac{5}{12}$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{144} = \frac{119}{144}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{119}{144}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{119}}{12}$$

$$\tan \alpha = \frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\frac{144}{-25} = \frac{119}{119}$$

$$\tan \alpha = \frac{AC}{CB} \Rightarrow CB = \frac{AC}{\tan \alpha} = \frac{2,4 \cdot \sqrt{119}}{5} = x_0$$

$$a_1 = \frac{2,4 \cdot 5}{2,4 \cdot \sqrt{119}} = \frac{5}{\sqrt{119}}, \quad a_2 = -\frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\text{Answer: } a = \pm \frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\tan \alpha = \frac{CB}{AC} \Rightarrow CB = AC \cdot \tan \alpha = 2,4 \cdot \frac{5}{\sqrt{119}} = x_0$$

$$a_1 = \frac{PB}{x_0} = \frac{2,4 \cdot \sqrt{119}}{2,4 \cdot 5} = \frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$a_2 = -\frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$\text{Answer: } a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$



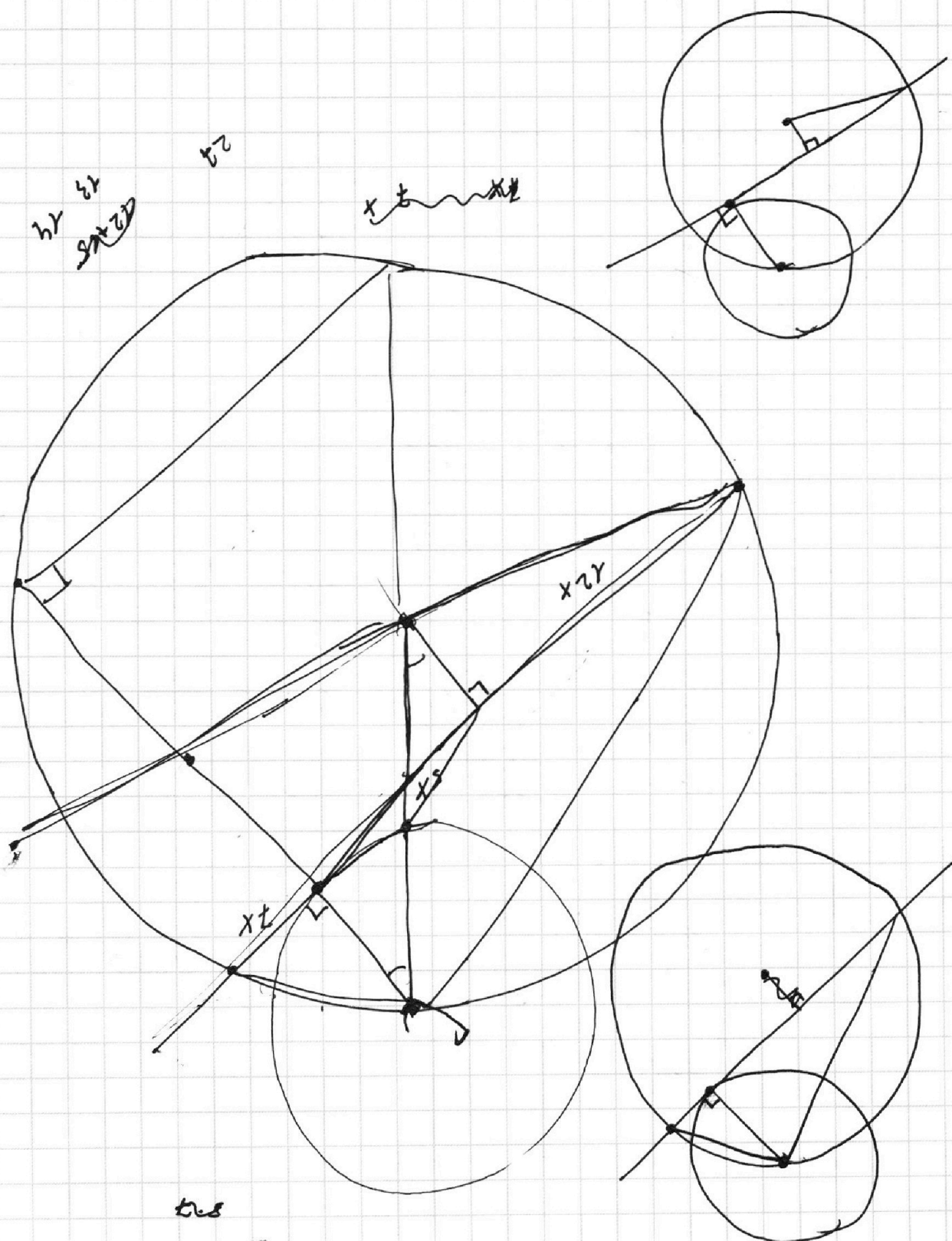
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5.

Черновик

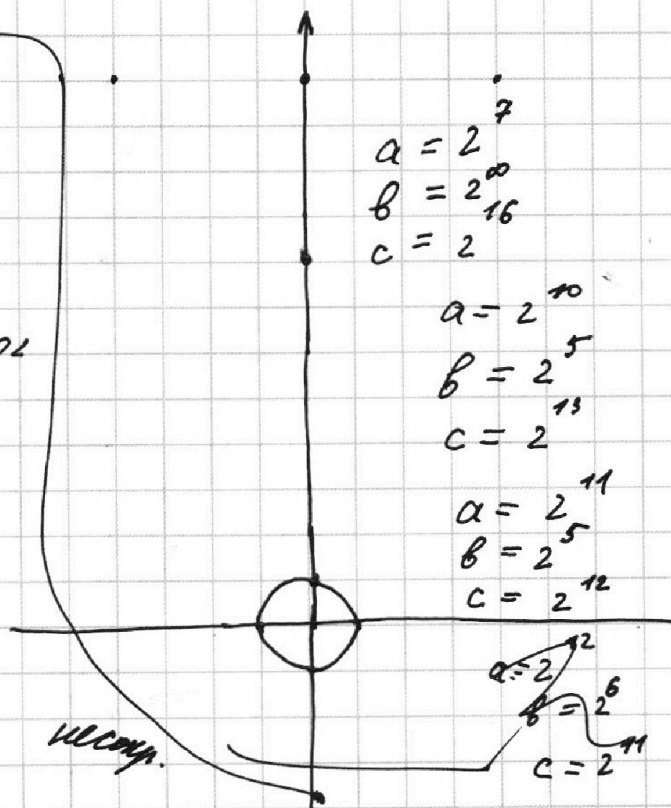
$$\begin{cases} a + y - 2b = 0 & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим нерав-во (2):

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0$$

$$\frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b} \cdot a - 7 \cdot a + b}$$

$$a + b = a^2 - 7ab + b^2$$



$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$\frac{a}{b}$ шест.

$$\frac{a^2 + 7ab + b^2}{a+b}$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b} \cdot a - 7 \cdot a + b}$$

$$\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot \frac{1}{b}$$

$$\frac{\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{a}{b} - 7\right) + 1}{\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot \frac{1}{b}}$$

$$\frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} - 7 \cdot \frac{a}{b} + 1}{\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot \frac{1}{b}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$a \cdot b \cdot \pi$

$$\frac{a}{b} \cdot k$$

$$\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot k$$

$$a^2 + b^2 + 2ab - 9ab = (a+b)^2 - 7ab$$

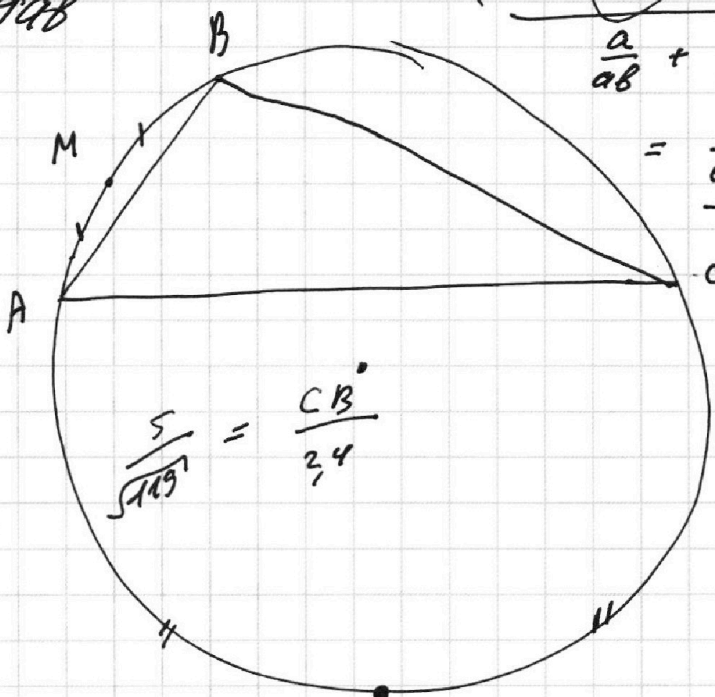
$$\frac{(a+b)^2}{a+b} - \frac{9ab}{a+b} = a+b - \frac{9a}{1 + \frac{a}{b}}$$

$$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b} : ab$$

$$\frac{\frac{a^2}{ab} - 7 + \frac{b^2}{ab}}{\frac{a}{ab} + \frac{b}{ab}} =$$

$$= \frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 7}{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}$$

$$\frac{a+b}{(a^2+b^2)-9ab}$$



$$\frac{a+b}{9b} =$$

$$= \frac{a}{9b} + \frac{1}{9}$$

$$\frac{a^2+b^2}{ab} = 9$$

$$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2-9ab}{a+b}$$

$$= a+b - \frac{9ab}{a+b} = a+b - \frac{9}{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}$$

$$\frac{a+b}{a+b-9ab} = \frac{1}{a+b-9ab}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 9$$

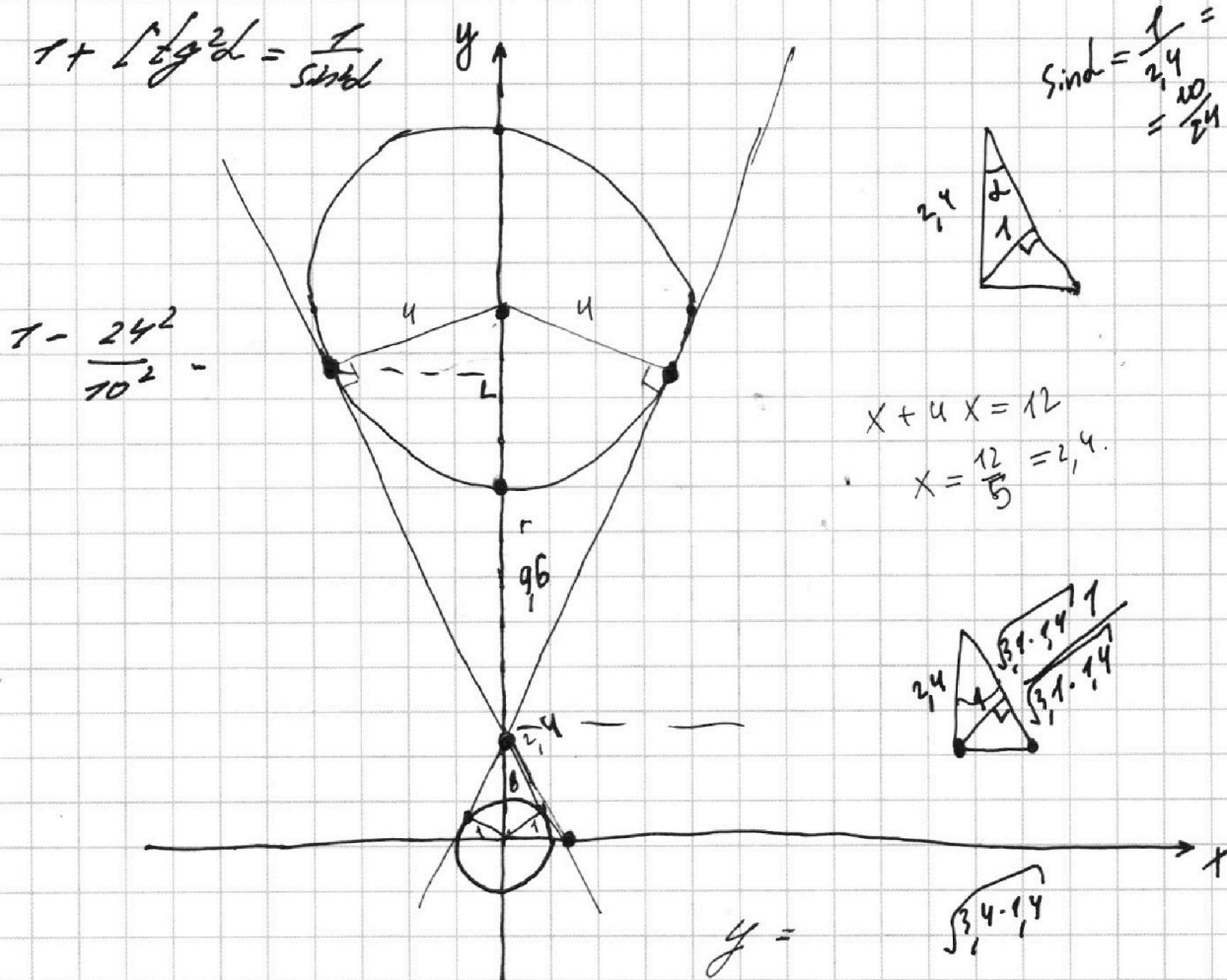
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = -ax + 8b$$

$$x = 0$$

$\Rightarrow$

$$8b = 2,4$$

$$b = 0,3$$

$$y = 2,4$$

$$y = -a \cdot x + 2,4$$

$$a =$$

$$9,6^2 - 4^2 =$$

$$= 11,6 \cdot 9,6$$

$$ax = 8b$$

$$a = \frac{8b}{x}$$

$$3,7 \cdot \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$$



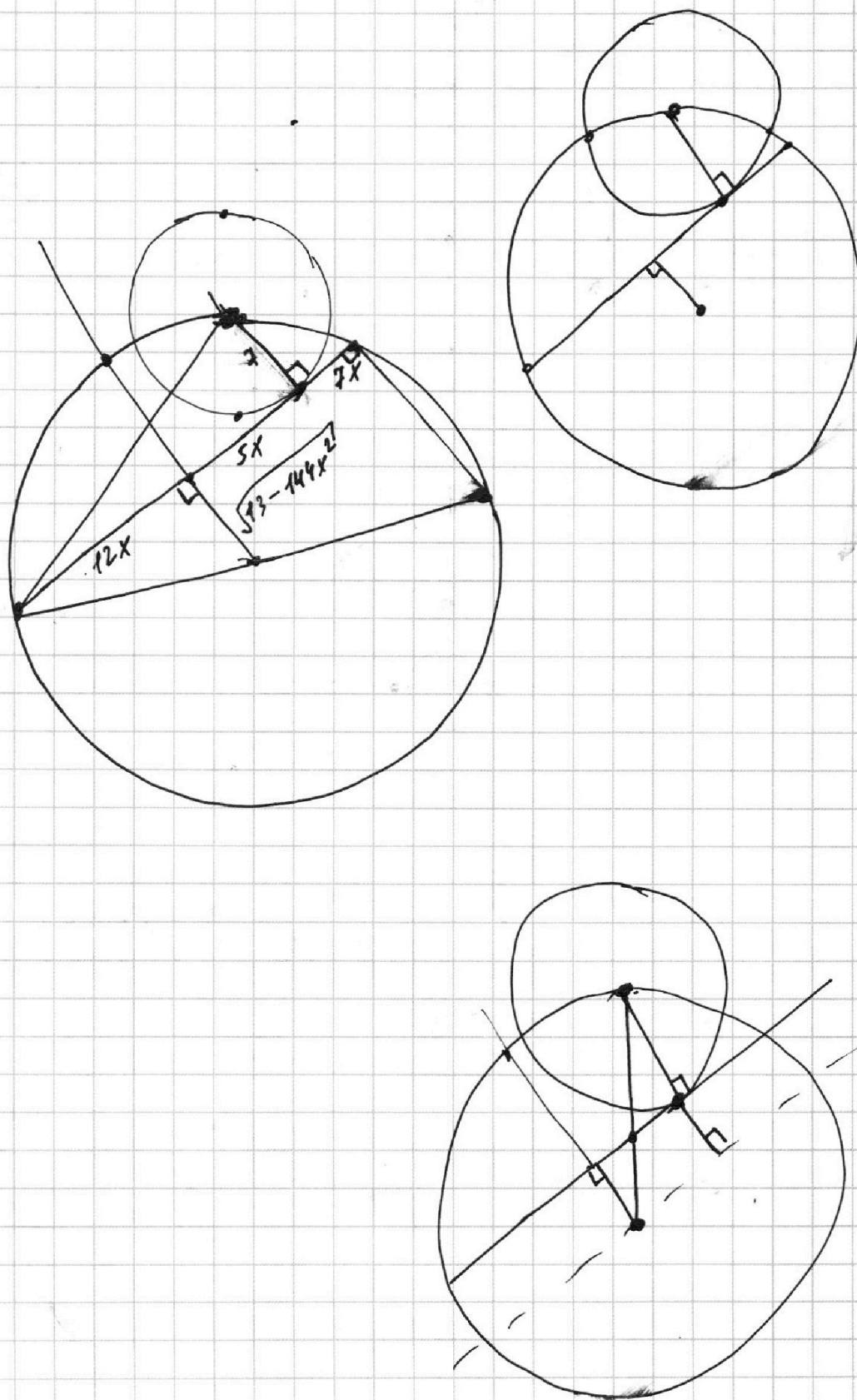
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$r = 7$$

$$R = 13$$

$$AB = ?$$

$$\frac{81}{69}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 414 \\ + 690 \\ \hline 1104 \\ + 690 \\ \hline 1248 \end{array}$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 69 =$$

$$= 7456$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{7456}}{69 \cdot 2}$$

$$x = \frac{12 + \sqrt{7456}}{69 \cdot 2}$$

$$3 \cdot 20^2 - 6 \cdot 20 + 2$$

$$\sqrt{3 \cdot 20^2 + 3 \cdot 20 + 1} +$$

$$+ 1 - 9 \cdot 20$$

$$\frac{6 +}{69}$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} > 9x - 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 > 81x^2 - 18x + 1$$

$$\frac{12 + 30}{69}$$

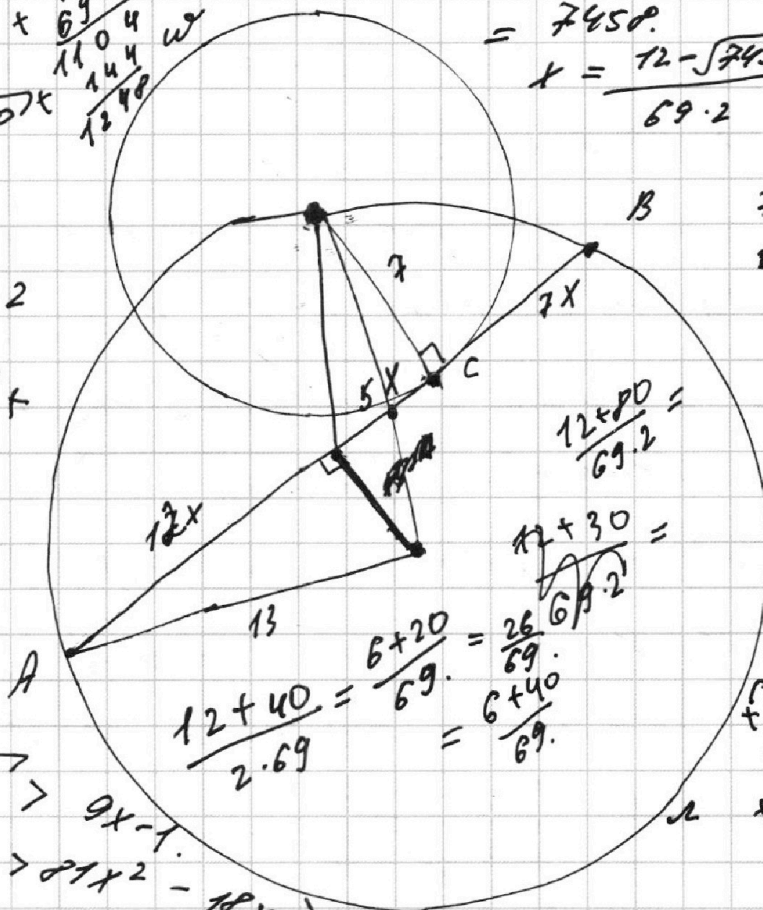
$$78x^2 - 21x < 0$$

$$x(78x - 21) < 0$$

$$x \in (0; \frac{21}{78})$$

$$\frac{12 + 30}{2 \cdot 69} =$$

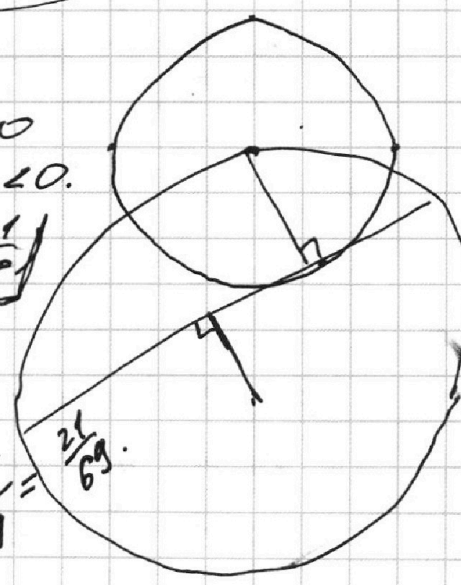
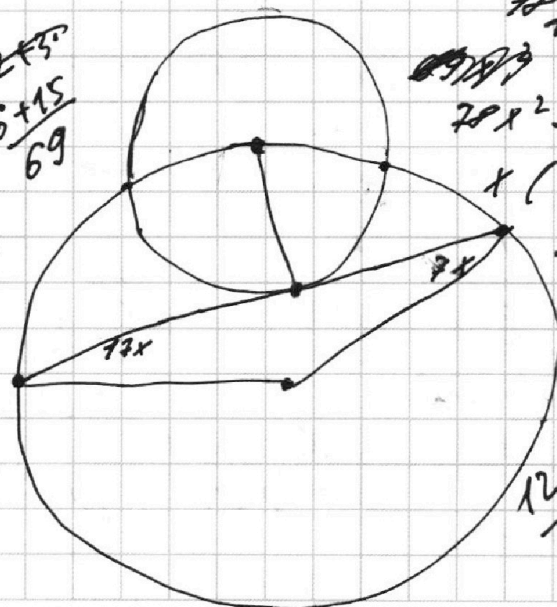
$$= \frac{6 + 15}{69}$$



$$\frac{7456}{100000}$$

$$\frac{80}{80}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 414 \\ + 690 \\ \hline 1104 \\ + 690 \\ \hline 1248 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

$$b = 9 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -3$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = (1 - 9x) + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = (1 - 9x)^2 + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-6x + 2 = 1 + 81x^2 - 18x + 3x + 1 - \dots$$

$$81x^2 - 24x + 2 \cdot (1 - 9x) \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 + 81x^2 - 18x + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 - 9x + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0$$

$$9x(9x - 1) + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0$$

$$2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 9x(1 - 9x)$$

$$1 - 9x = 0$$

$$x = \frac{1}{9} \checkmark$$

7458. 2

$$\sqrt{\frac{1}{27} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2} - \frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2 =$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-9x = -1$$

$$x = \frac{1}{9}, x > 0$$

$$4 \cdot (3x^2 + 3x + 1) = 81x^2$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 81x^2$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 - 4 \cdot 69 \cdot (-4)$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 1104 \\ -12 \\ \hline 69 \\ \times 414 \\ \hline 2814 \\ 144 \\ \hline 2458 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N 4.

1) $\mu_{\text{ср}} D_1$ - усредн. дж в

D_2 - используем вып. $L, D_2 \perp AB$

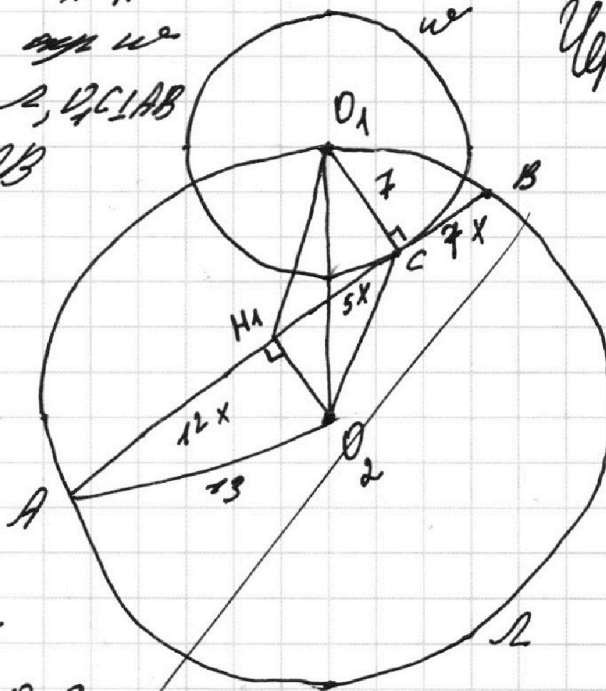
2) ~~pyrolysis~~ CH_4 + AB

3) пусть $AC = 12x$
 $CB = 2x$

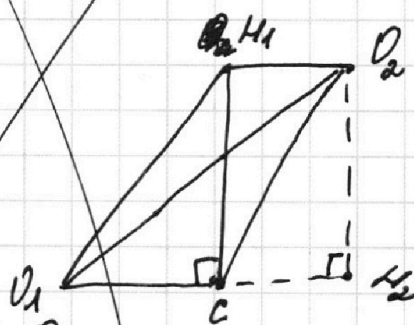
$$4) A H_1 = H_1, B = \frac{AC + CB}{2} = 12 \times,$$

avg. $H_1C = 5x$

5) натомы
натомы $D_2H_4D_4C$
если, то $D_2D_4 = 13$



Upravljanje



проведем $D_2 H_2 \perp H_1 C$, $D_2 H_2 = H_1 C$
 по т. Пифагора $2H_2 \Delta D_2 H_2 H_1$

по Т. Пугачева $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}$
2 $2\frac{1}{2} \Delta D_1 D_2 H_2$

$$D_1^2 = D_2^2 + D_3^2 \quad (*)$$

$$V_2 = 13, \quad P_2 = 44 = 5x, \quad Q_2 =$$

$$= 12C + 4H_2 = 7 + 4H_2$$

6) no T. Тензорное $g_{\alpha\beta} \triangleq \Delta_{\alpha\beta}^{\mu\nu}$.

$$H_{12} = \sqrt{13^2 - (12x)^2}$$

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

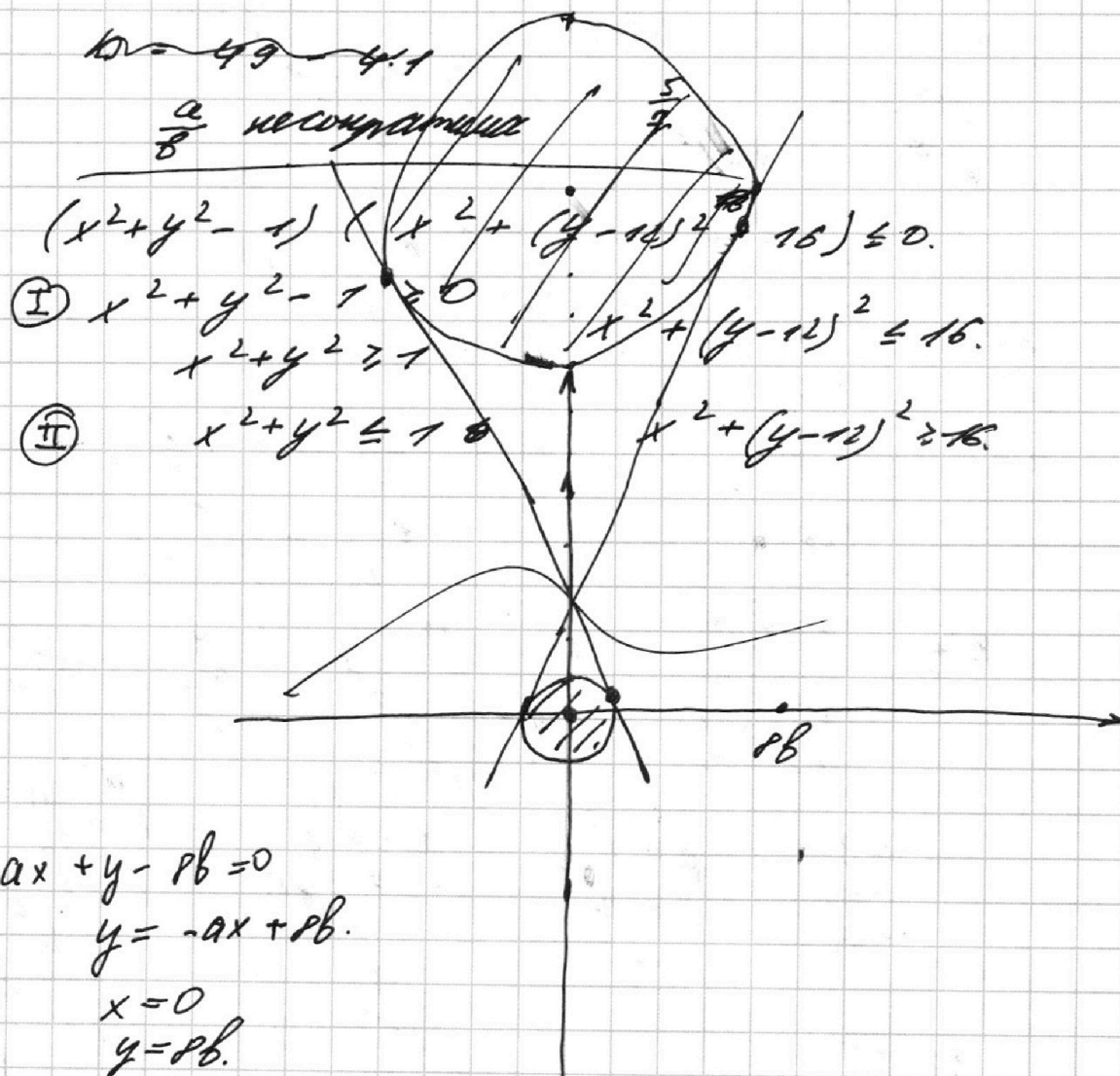
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b) - 7ab}{a+b} =$$

$$= 1 + \frac{a-b-7ab}{a+b}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1240

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 414 \\ + 69 \\ \hline 1104 \\ + 144 \\ \hline 1248 \end{array}$$

7^{39}

$$7^{10} = b$$

$$a = 7^9$$

$$c = 7^{12}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7$$

$$(abc)_{\min}$$

$$\begin{array}{l} a = 2^{15} \\ b = 2^{17} \\ c = 2^{21} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = 2^9 \\ b = 2^{16} \\ c = 2^{14} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = 2^8 \\ b = 2^7 \\ c = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = 2^{10} \\ b = 2^5 \\ c = 2^{13} \end{array}$$

$$ac \cdot b^2 = 2^{32}$$

$$a \cdot bc \cdot c^2 = 2^{40}$$

$$\begin{array}{l} ab \cdot c^2 = 2^{25} \\ c^2 = 2^{25} \\ c = 2^{12} \end{array}$$

$$2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$\begin{array}{l} a \leq 2^{11} \\ b \leq 2^4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2^{10} \\ b = 2^5 \\ c = 2^{13} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = 2^{12} \\ b = 2^{11} \\ c = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2^{13} \\ b = 2^{10} \\ c = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ab: a^{15} \cdot 7^{11} \\ bc: 2^{17} \cdot 7^{10} \\ ac: 2^{23} \cdot 7^{39} \end{array}$$

$$(abc)_{\min} - ?$$

$$2^n, n_{\min}$$

$$abc \cdot b$$

$$ac \cdot b^2 = 2^{32}$$

$$b^2 = 2^9$$

$$\begin{array}{l} b = 2^4 \\ c = 7^{10} \\ a = 7 \\ b \cdot 7 \end{array}$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot \frac{f}{h}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot \frac{p}{f}$$

$$\begin{array}{l} a = 2^{11} \\ c = 2^5 \\ b = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = 2^{11} \\ b = 2^5 \\ c = 2^{12} \end{array}$$