



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

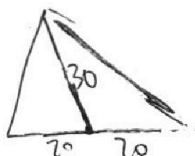
имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.



© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

① $ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$
 $bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$
 $ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{26}$

$\Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{6+14+16} \cdot 3^{13+21+25} \cdot 5^{11+13+26}$

$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$

$abc = T \Rightarrow T^2 : 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists T^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \cdot k, k \in \mathbb{N}$

$T = 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26} \cdot \sqrt{3k}; \sqrt{3k} \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$\Rightarrow \min k = 3 \Rightarrow \min T = abc =$

$= 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\Rightarrow \frac{CF}{x\sqrt{1,4}} = \frac{ED}{0,4x} \quad CF \cdot 0,4x = ED \cdot x\sqrt{1,4}$$

$$0,4 CF = \cancel{x\sqrt{1,4}} \sqrt{1,4} ED$$

$$CF = y \Rightarrow ED = \frac{0,4y}{\sqrt{1,4}}$$

$$\text{н.з.: } \frac{CE}{CF} = \frac{CE}{y} = \frac{0,4}{\sqrt{1,4}}$$

$$CE = \frac{0,4y}{\sqrt{1,4}} = ED$$

$$9) \triangle CEF \sim \triangle CDB \quad (EF \parallel DB \Rightarrow \angle CFE = \angle CBD)$$

$$\angle CEF = \angle CDB$$

$$CE = ED \Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{1}{2} = k \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{CDB}} = k^2 = \frac{1}{4}$$

$$S_{CEF} = S, \quad S_{CDB} = 4S$$

$$10) \frac{S_{CDB}}{S_{CAD}} = \frac{DB}{DA} = \frac{1}{0,4} = \frac{4S}{S_{CAD}} \Rightarrow S_{CAD} = 1,6S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{1,6S}{S} = 1,6$$

Ответ: 1,6

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$(3) 10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) \in [0; \pi]$$

$$10 \arccos(\sin x) \in [0; 10\pi] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi$$

$$-9\pi \leq -2x \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2} \text{ и } \sin x = t \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} \arcsin t = x, & x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ \arcsin t = x - \pi, & x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \\ \arcsin t = x - 2\pi, & x \in \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right] \\ \arcsin t = x - 3\pi, & x \in \left(\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right] \\ \arcsin t = x - 4\pi, & x \in \left(\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right] \end{cases}$$

$$\text{и } \arcsin t + \arccos t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - \arccos t = x, & x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] & (1) \\ \frac{\pi}{2} - \arccos t = x - \pi, & x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] & (2) \\ \frac{\pi}{2} - \arccos t = x - 2\pi, & x \in \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right] & (3) \\ \frac{\pi}{2} - \arccos t = x - 3\pi, & x \in \left(\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right] & (4) \\ \frac{\pi}{2} - \arccos t = x - 4\pi, & x \in \left(\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right] & (5) \end{cases} \arcsin t = \frac{\pi}{2} - \arccos t$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(1): \arccos t = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 10 \arccos t = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10x = 9\pi - 2x \quad 8x = -4\pi, x = -\frac{\pi}{2}, x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

~~$2x = 6\pi, x = \frac{3\pi}{2}, x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$~~

$$(2): \arccos t = \frac{3\pi}{2} - x$$

$$15\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$8x = 6\pi$$

$$x = \frac{3\pi}{4}, x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \Rightarrow$$

$$x = \frac{3\pi}{4}$$

$$(3): \arccos t = \frac{5\pi}{2} - x$$

$$25\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$8x = 16\pi$$

$$x = 2\pi, x \in \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow$$

$$x = 2\pi$$

$$(4): \arccos t = \frac{4\pi}{2} - x$$

$$35\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$8x = 26\pi$$

$$x = \frac{13\pi}{4}, x \in \left[\frac{5\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}\right] \Rightarrow$$

$$x = \frac{13\pi}{4}$$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}; 2\pi;$
 $\frac{13\pi}{4}; \frac{9\pi}{2}$

$$(5): \arccos t = \frac{9\pi}{2} - x$$

$$45\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$8x = 36\pi$$

$$x = \frac{9\pi}{2}, x \in \left[\frac{5\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$$

$$x = \frac{9\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

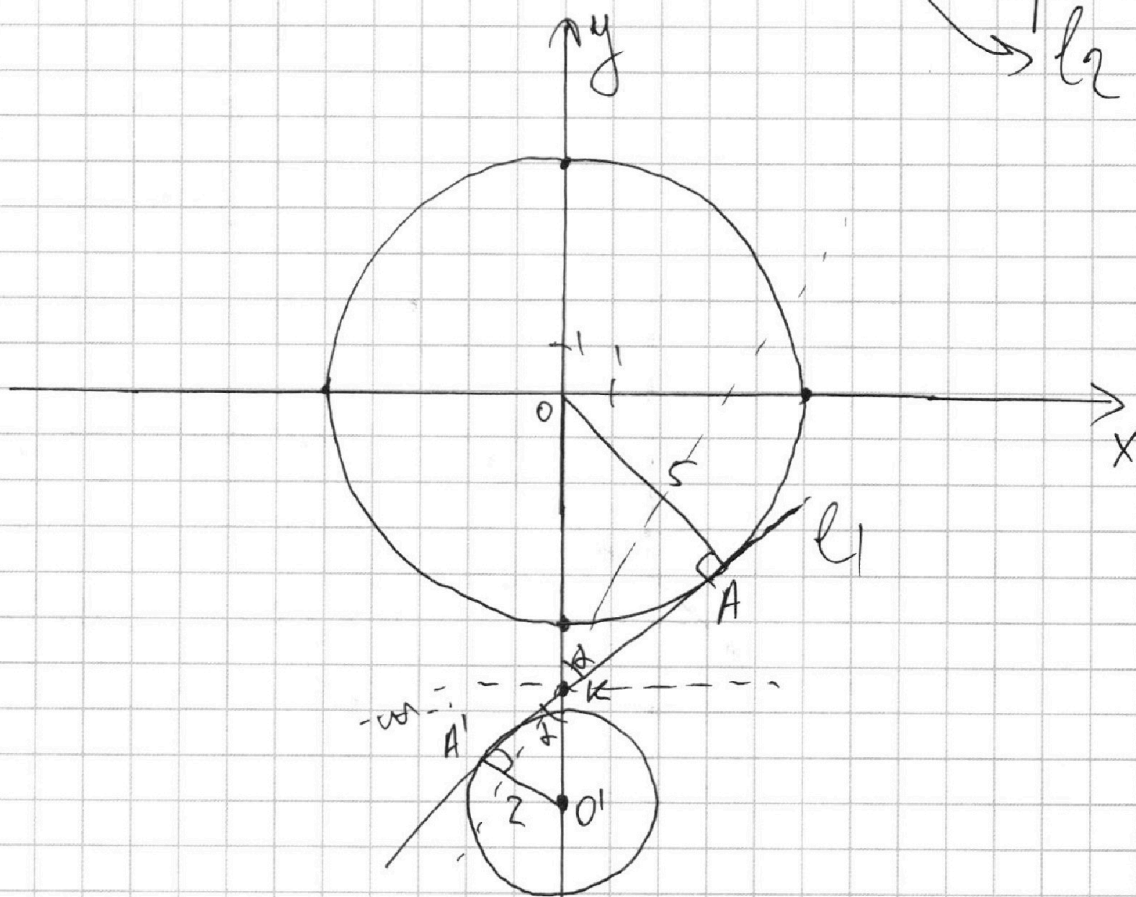


$$\textcircled{9} \begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \quad (\#\#) \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 12y + 44) = 0 \\ \cancel{5x + 6ay - b = 0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{41}{69} = -\frac{5}{69}x + \frac{b}{69} \quad (3) \\ x^2 + y^2 = 25 \quad (1) \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \quad (2) \end{cases}$$

- (1) окр-сть ч. $(0; 0)$; $R = 5$
(2) окр-сть ч. $(0; -9)$; $R = 2$

(3) лин. ф-ция,
(невероятно)
прямая
→ l_2



*. Примечание: $a=0$ - переход, тогда
(\#\#) имеет вид: $5x = b$ - вертик. прямая,

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

очевидно, напр., при $b=0$ будет 4 решения,
тогда чтобы получить (3) делим на $ba \neq 0$

1) Введем временно: $-\frac{5}{6a} = k, \frac{b}{6a} = c,$
(3): $y = kx + b$, тогда графическое положение
прямой - прямой ℓ_1 , касаясь $2 \times$ сир. тащ,
как показано на чертеже, $OK = x'$, тогда

$$KO' = 9 - x' \text{ (т.к. } OO_1 = 9) \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{9 - x'} = \frac{4}{x'}$$

$$2x' = 45 - 5x' \quad (\text{будем рассматривать в дальнейшем только возрастающ. функции, где убывающ. сир. симметричны})$$

$$x' = \frac{45}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{35}{49} = \frac{5}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{7}{5} \Rightarrow$$

$$\ell_1 \text{ имеет вид: } y = \frac{9}{4}x - \frac{45}{4}, \text{ где}$$

~~будет выбрано~~ $k > \frac{9}{4}$, очевидно,

будет подобран b , чтобы ℓ_2 имела
всего 4 точки пер. с сир.-ами $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ у исходной системы было 4 ~~реш.~~
Также понятно, что при $0 < k < \frac{9}{4}$ будет только

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

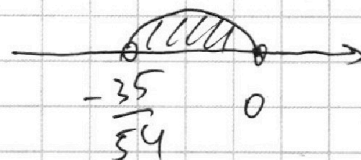
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пересечение с осью y у окр-стей
Тогда имеем:

$$\begin{cases} -\frac{5}{6a} > \frac{9}{4} & (I) \\ -\frac{5}{6a} < -\frac{9}{4} & (II) \end{cases}$$

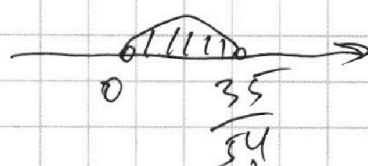
$$(I): \frac{9}{4} + \frac{5}{6a} < 0$$

$$\frac{54a + 35}{42a} < 0$$



$$a \in \left(-\frac{35}{54}; 0\right)$$

$$(II): \frac{5}{6a} - \frac{9}{4} > 0$$
$$\frac{35 - 54a}{42a} > 0$$



Но, как мы
выяснили ранее,
 $a = 0$ — не подходит $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \left(-\frac{35}{54}; \frac{35}{54}\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\textcircled{5} \log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{11}^3 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3 \log_{11} x} - 5$$

$$\boxed{\begin{matrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{matrix}}$$

$$\log_{11} x = a \Rightarrow a^4 - \frac{6}{a} = -\frac{2}{3a} - 5$$

$$a^4 - \frac{6}{a} + \frac{2}{3a} + 5 = 0$$

$$\frac{3a^5 - 18 + 2 + 15a}{3a} = 0$$

$$\boxed{3a^5 + 15a - 16 = 0}$$

$$2) \log_{11}^4 (0.5y) + \log_{11}^3 11 = \log_{11}^3 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 (0.5y) + \frac{1}{\log_{11} (0.5y)} = -\frac{13}{3 \log_{11} (0.5y)} - 5$$

$$\boxed{\begin{matrix} y > 0 \\ y \neq 2 \end{matrix}}$$

$$\log_{11} (0.5y) = b \Rightarrow b^4 + \frac{1}{b} = -\frac{13}{3b} - 5$$

$$3b^5 + 3 = -13 - 15b$$

$$\begin{cases} 3b^5 + 15b + 16 = 0 \quad (2) \\ 3a^5 + 15a - 16 = 0 \quad (1) \end{cases} \Rightarrow 3a^5 + 3b^5 + 15a + 15b = 0$$

$$a^5 + b^5 + 5a + 5b = 0$$

$$(a+b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4 + 5) = 0$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Рассмотрим $f(x) = 3x^5 + 15x + 16$

$f'(x) = 15x^4 + 15 > 0 \Rightarrow f(x)$ - возрастает $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ имеет только одно решение

Аналогично: $g(x) = 3x^5 + 15x - 16$

$g'(x) = 15x^4 + 15 > 0 \Rightarrow g(x)$ - возрастает $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ур-ие: $3b^5 + 15b + 16 = 0$ - имеет 1 решение,

$3a^5 + 15a - 16 = 0$ - имеет одно решение.

Пусть $a = a_0$ - решение $3a^5 + 15a - 16 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow -3a_0^5 - 15a_0 + 16 = 0 \Rightarrow b = -a_0$ - решение

$3b^5 + 15b + 16 = 0 \Rightarrow \log_{11} x = a_0, \log_{11} (0,5y) = -a_0$

$\Rightarrow \log_{11} x + \log_{11} (0,5y) = a_0 - a_0 = \log_{11} (0,5xy) = 0$

$0,5xy = 1 \Rightarrow xy = 2$ (заметьте, что

условия $x \neq 1$ и $y \neq 2$ выполняются,

т.к. $a_0 \neq \log_{11} 1 = 0$)

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

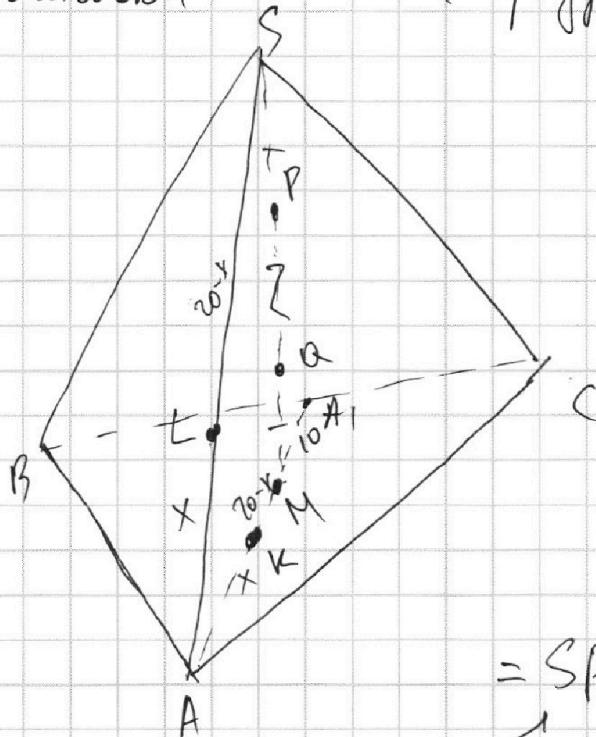
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



④



то же самое соотношение
касательных $|LQ| = x \Rightarrow$
1) $AK = AL$ (отрезки
касательных)

$$\Rightarrow SL = 20 - x$$

$$2) SL^2 = SP \cdot SQ$$

(отрезки точки
S отн-но окружн.)

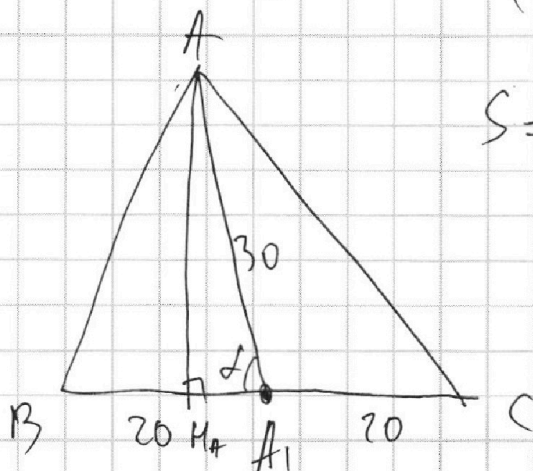
$$3) MK^2 = MQ \cdot MP =$$

(отрезки точки M)

$$= SP \cdot SQ \quad (MQ = SP, MP = SQ)$$

$$SL^2 = MK^2 = 20 - x \Rightarrow AM = 20 - x + x = 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MA_1 = \frac{1}{2} AM = 10 \quad (M \text{ делит медиану } AA_1 \text{ в } 2:1) \Rightarrow AA_1 = 30$$



$$S = 30 \cdot 20 \cdot \sin \alpha = 600 \sin \alpha = 180$$

$$\sin \alpha = \frac{18}{60} = \frac{3}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MA = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MA_1 = \sqrt{30^2 - 9^2} =$$

$$= \sqrt{21 \cdot 39} = 3\sqrt{4 \cdot 13} = 3\sqrt{52}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4) BMA = 20 - 3\sqrt{91} \Rightarrow AB = \sqrt{(20 - 3\sqrt{91})^2 + 9^2} =$$

$$5) CMA = 20 + 3\sqrt{91} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{(20 + 3\sqrt{91})^2 + 9^2}$$

$$m_c^2 = \frac{2 \cdot 40^2 + 2(20 + 3\sqrt{91})^2 + 2 \cdot 9^2 - (20 - 3\sqrt{91})^2 - 9^2}{4}$$

$$m_b^2 = \frac{2 \cdot 40^2 + 2(20 - 3\sqrt{91})^2 + 2 \cdot 9^2 - (20 + 3\sqrt{91})^2 - 9^2}{4}$$

$$m_A \cdot m_B \cdot m_C = \frac{30}{4} \sqrt{(2 \cdot 40^2 + 2(20 + 3\sqrt{91})^2 + 9^2 - (20 - 3\sqrt{91})^2 - 9^2) \cdot (2 \cdot 40^2 + 2(20 - 3\sqrt{91})^2 + 9^2 - (20 + 3\sqrt{91})^2 - 9^2)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\arccos(\sin x) \in [0; \pi]$$

$$0a \dots \in [0; 10\pi]$$

$$0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi$$

$$-9\pi \leq -2x \leq \pi$$

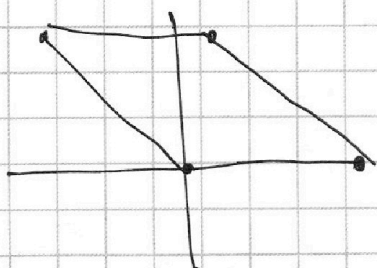
$$-\pi \leq 2x \leq 9\pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$\arccos t + \arcsin t = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin x &= t \\ \cos x &= \sqrt{1-t^2} \\ x &= \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin x &= t \\ \arccos \end{aligned}$$



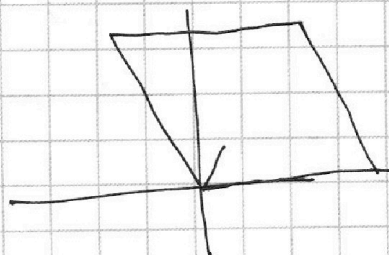
$$\begin{aligned} \arcsin t &= x, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ \arcsin t &= x - \pi, x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \\ \arcsin t &= x - 2\pi, x \in \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right] \\ \arcsin t &= x - 3\pi, x \in \left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right] \\ \arcsin t &= x - 4\pi, x \in \left[\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right] \end{aligned}$$

$$\arccos t = \sqrt{1-x^2}$$

$$\arcsin 1 =$$

$$\sin(x - \pi) = \sin x$$

$$\arccos t = \frac{\pi}{2} - x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$⑤ \log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{11}^3 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \frac{1}{3} \log_{11} (111)^{-2} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3 \log_{11} x} - 5$$

$$b^4 - \frac{6}{b} = -\frac{2}{3b} - 5$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} = \log_{11}^3 (11)^{-13} - 5$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} = -\frac{13}{3 \log_{11}(0,5y)} - 5$$

$$a^4 + \frac{1}{a} = -\frac{13}{3a} - 5$$

$$b^4 - \frac{6}{b} + \frac{2}{3b} + 5 = \frac{3b^5 - 18 + 2 + 15b}{3b} =$$

$$= \frac{3b^5 + 15b - 16}{3b} = 0$$

$$\begin{aligned} 3b^5 + 15b - 16 &= 0 \\ 3a^5 + 15a + 16 &= 0 \end{aligned}$$

$$a^4 + \frac{1}{a} + \frac{13}{3a} + 5 = \frac{3a^5 + 3 + 13 + 15a}{3a} = \frac{3a^5 + 15a + 16}{3a} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



④ $\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 18y + 81 - 81 + 4y = 0 \end{cases}$

$6ay = -5x + b$

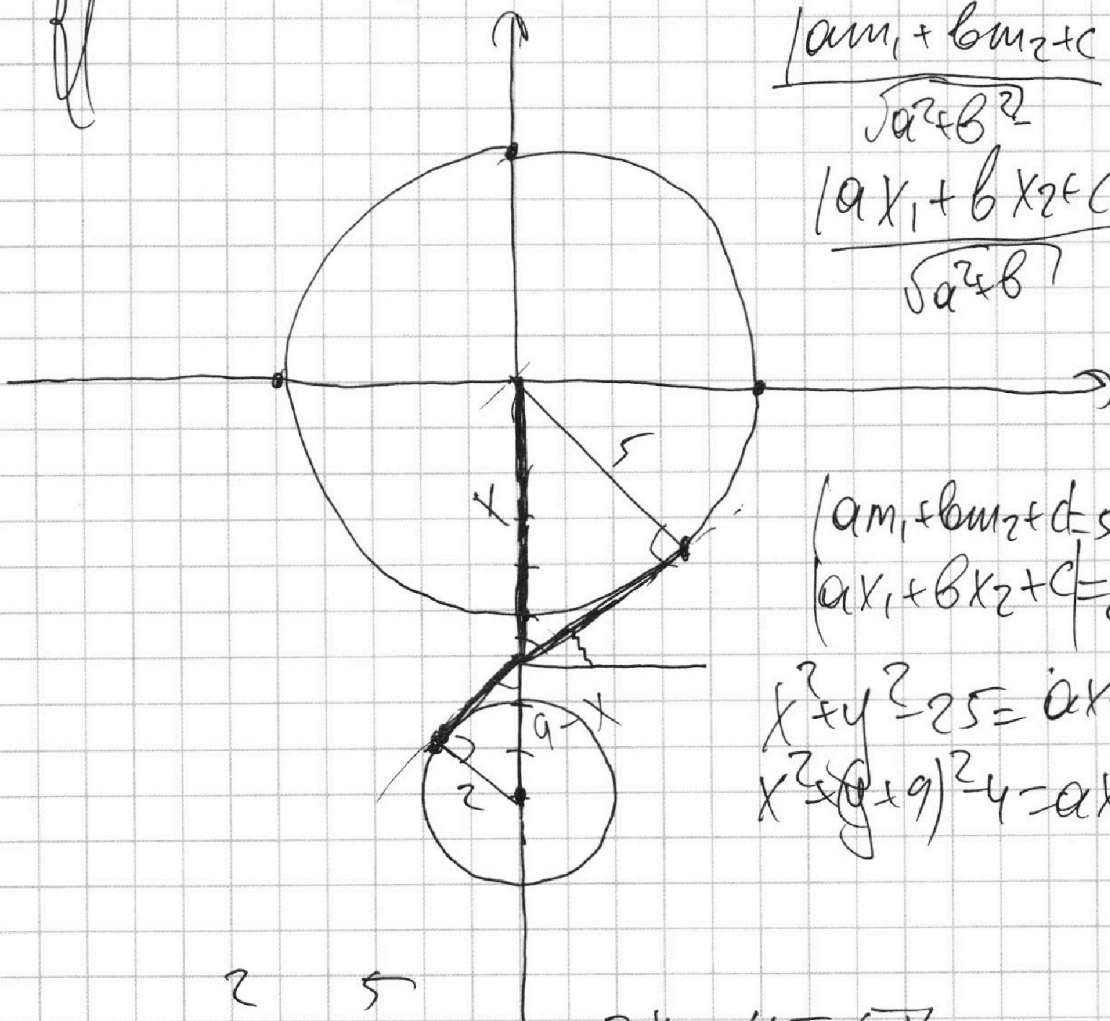
$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$

$x^2 + (y + 9)^2 = 4$

$y = kx + b$

$\frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 5$

$\frac{|ax_1 + bx_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2$



$\begin{cases} |am_1 + bm_2 + c| = 5\sqrt{a^2 + b^2} \\ |ax_1 + bx_2 + c| = 2\sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 = ax + by + c \\ x^2 + (y + 9)^2 = 4 = ax + by + c \end{cases}$

$\frac{2}{9-x} = \frac{5}{x}$

$2x = 45 - 5x$

$7x = 45$

$x = \frac{45}{7}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

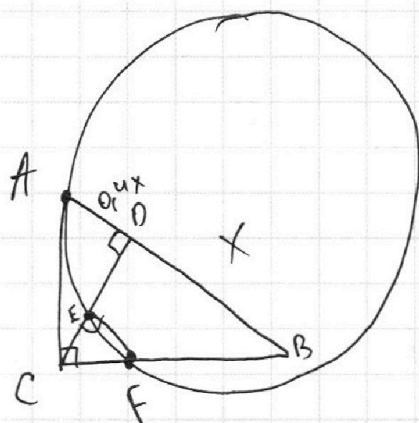
5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~CE/AD~~

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot DC$$

$$S_{CEF} = \frac{1}{2} CE \cdot EF$$

~~S_{ACD}~~

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} =$$

$$6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$$

$$ab : 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$ac : 2^{14} 3^{25} 5^{28}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} 3^{59} 5^{52}$$

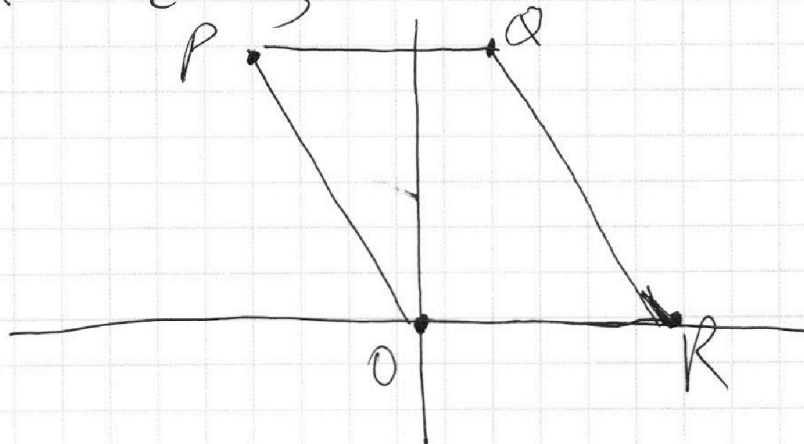
$$T^2 = 2^{36} 3^{59} 5^{52}$$

$$T = 2^{18} 3^{26} 5^{26}$$

~~abc~~

$$abc = T$$

$$T^2 = 2^{36} 3^{59} 5^{52} \cdot 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4$$

$$\begin{array}{r} a^4 + a^3b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^2b^2 + ab^3 \\ - a^2b^2 + ab^3 \\ \hline \end{array}$$

$$3x^5 + 15x^9 - 16 = 0$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$T^4 - 3a^3b - 4a^2b^2 - 3ab^3 + 5 = 0$$

$$3a^3b + 4a^2b^2 + 3ab^3$$

$$ab(3a^2 + 4ab + 3b^2)$$

$$D = 16b^2$$

$$(a+b)/(a^3+ab^2) = a^4 + a^2b^2 + a^3b + ab^3$$

$$a(a+b)/(a^3+ab^2) + b^4 + 5 = 0$$

$$\geq 5$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

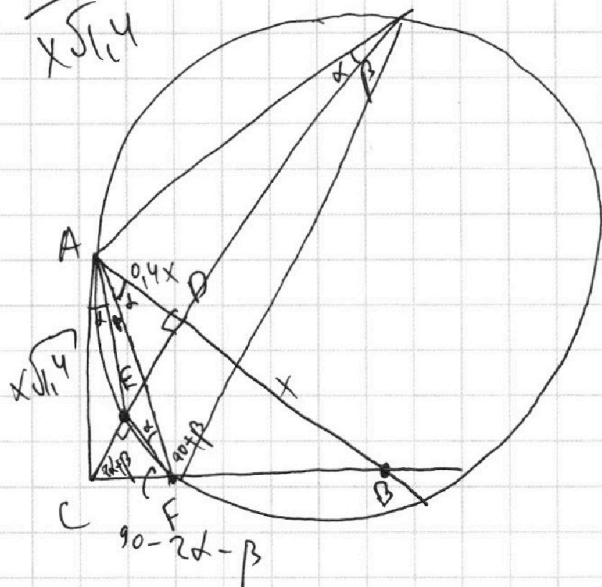
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



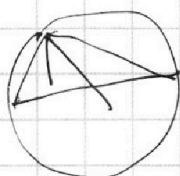
~~ED~~
~~ED~~ $\frac{ED}{0,4x} = \frac{CF}{x\sqrt{1,4}}$



$$AC^2 = 1,4x^2$$

$$\frac{CE}{CF} = \frac{0,4}{\sqrt{1,4}}$$

$$\frac{ED}{CF} = \frac{0,4}{\sqrt{1,4}}$$



$$90-2\alpha-\beta \leq 180-\alpha-\beta$$

$$180-2\alpha-\beta - 90+2\alpha+\beta$$

$$\frac{CE}{CF} = \frac{1}{\sqrt{1,4}}$$

$$\frac{EF}{CF} = \frac{CB}{CF}$$

$$\frac{CE}{CF} = \frac{1}{\sqrt{1,4}}$$

$$\frac{ED}{CE}$$

$$CF - CF = \frac{CF^2}{\sqrt{1,4}}$$

$$\lg(\alpha+\beta) = \frac{CF}{x\sqrt{1,4}}$$

$$CF = x\sqrt{1,4} \lg(\alpha+\beta)$$



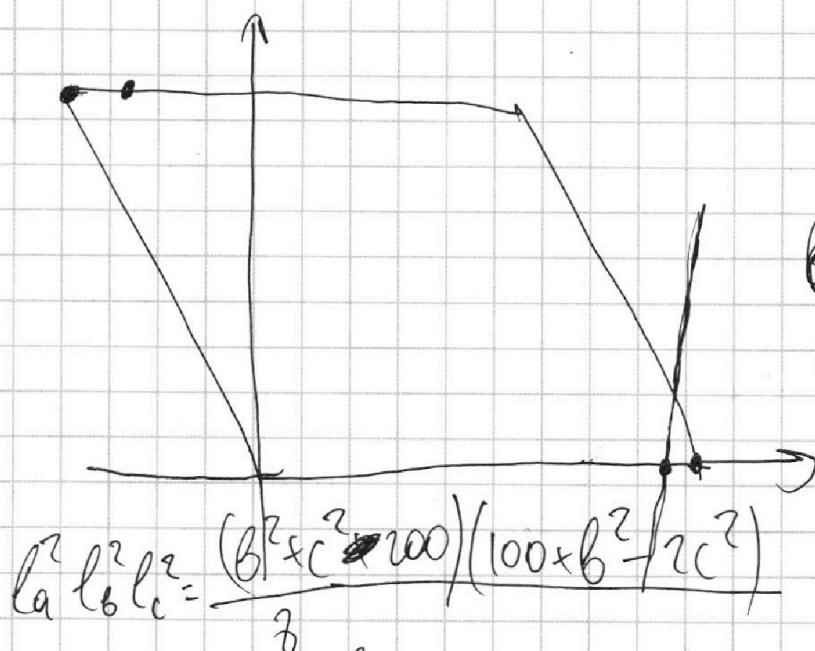
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

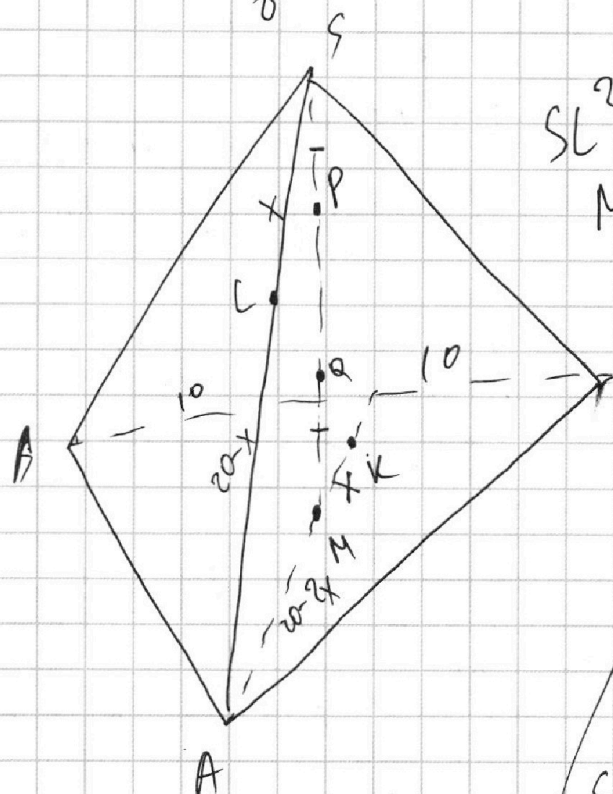
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} b^2 &= l^2 + a^2 - 2al \cos \alpha \\ c^2 &= l^2 + a^2 + 2al \cos \alpha \\ b^2 + c^2 &= 2l^2 + 2a^2 \\ l^2 &= \frac{b^2 + c^2 - 2a^2}{2} \end{aligned}$$

$$la^2 lb^2 lc^2 = \frac{(b^2 + c^2 - 2a^2)(100 + b^2 - 2c^2)}{8}$$



$$\begin{aligned} SL^2 &= SP \cdot SQ \\ MK^2 & \end{aligned}$$

$$SL = MK \quad 10 - 2x$$

$$c^2 = 100 + b^2 - 2c^2$$

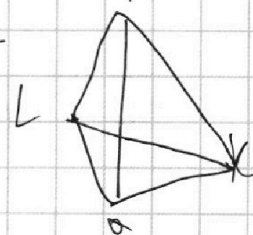
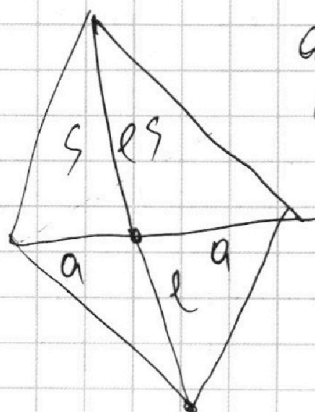
$$20 - 2x = 2x$$

$$l = 10 - x$$

$$a \sin \alpha = 180$$

$$b \sin \beta =$$

$$\begin{aligned} a \sin \alpha &= 180 \\ b \sin \beta &= 90 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



МФТИ

$$\frac{CF}{ED} = \frac{CF}{FB}$$

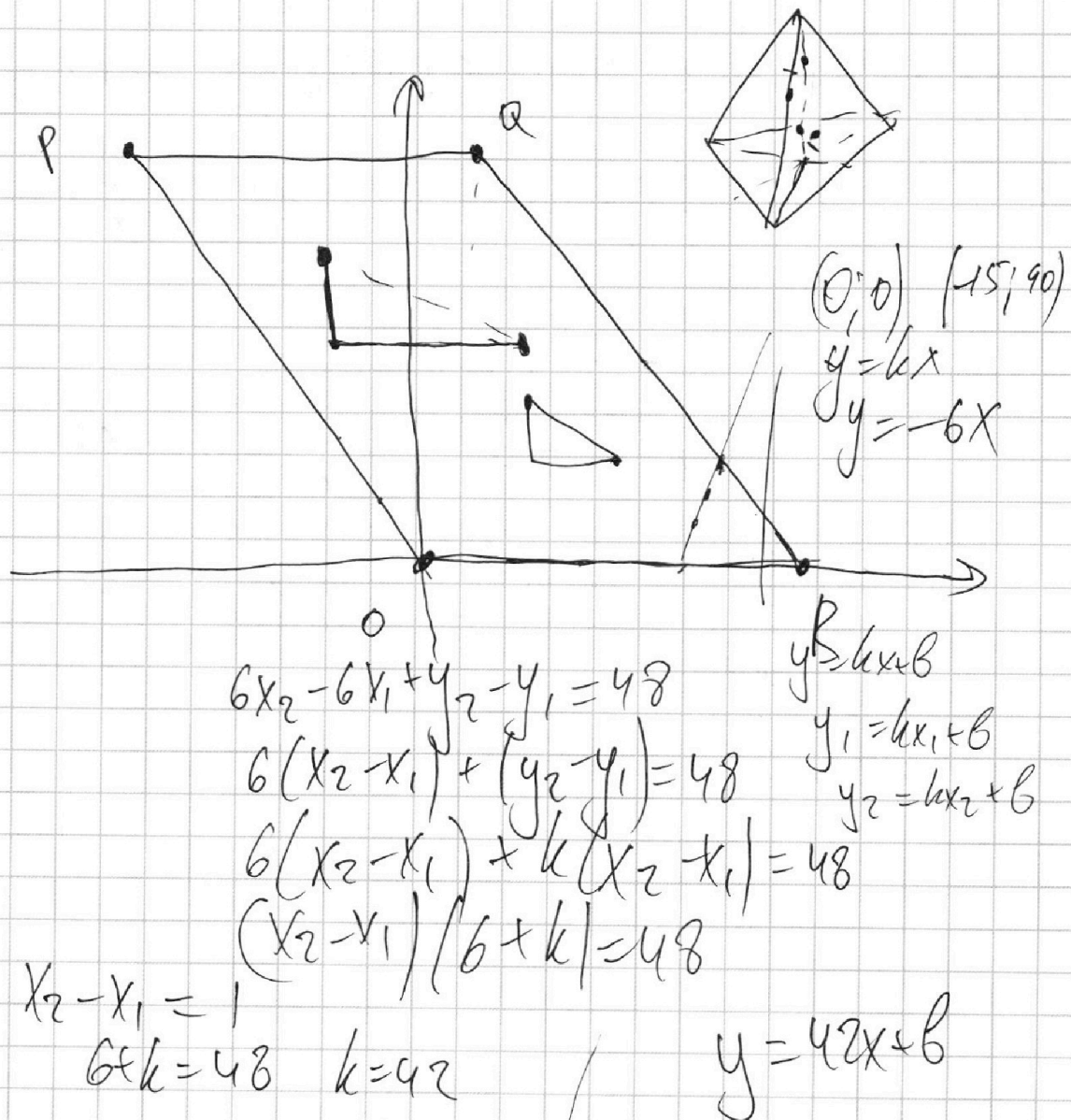
$$\frac{CE}{CF} = \frac{0,4}{\sqrt{1,4}}$$

$$CF_{\sqrt{1}, 4} = CF_{0, 4}$$

$$CE = y$$

$$CF = \frac{51,4 \text{ g}}{0,4}$$

$$CF \cdot 0,4 =$$



МФТИ

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b+c}{2} \cdot \frac{a+b-c}{2} \cdot \frac{a-b+c}{2} \cdot \frac{a-b-c}{2}$$

$$= \frac{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)}{2^4}$$

$$= \frac{(b+c+a)(b+c-a)(a+(b-c))(a-(b-c))}{2^4} =$$

$$= \frac{(b^2+2ac+c^2-a^2)(a^2-b^2+2bc-c^2)}{2^4}$$

$$4m = 2b^2 + 2c^2 - a^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(x_2 - x_1) / (b + k) = 48$$

$$k = 42 \Rightarrow y = 42x + b$$

$$y = 0$$

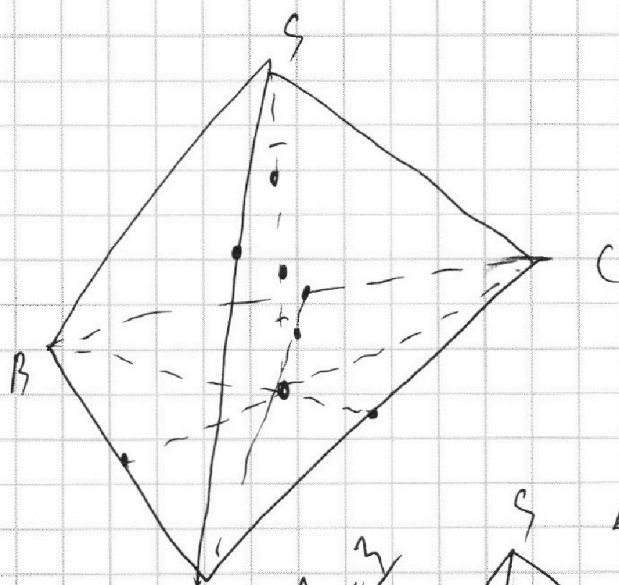
$$y =$$

$$y = kx + b$$

$$14k + b = 0$$

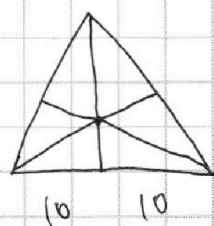
$$2 = 90k + b$$

$$\begin{pmatrix} 14 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 90 \end{pmatrix}$$



$$SP = MQ$$

$$S_{ABC}$$



$$a^1 = \frac{a}{2}$$

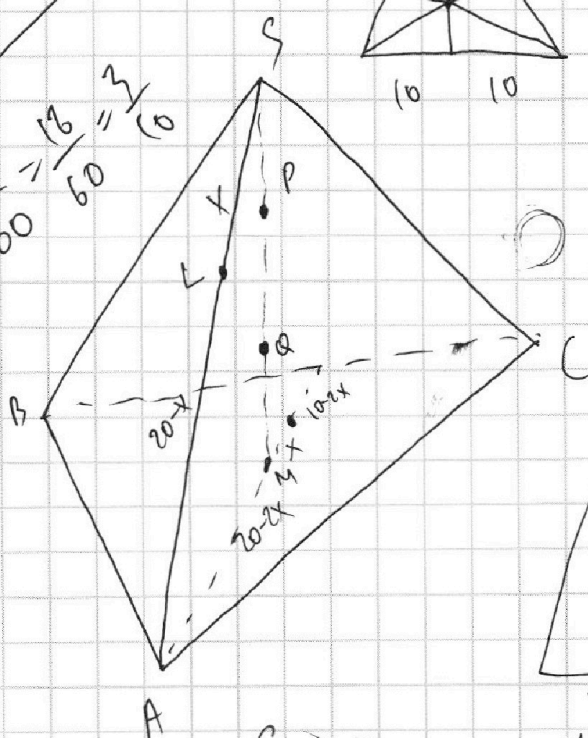
$$2a^{12} = 2 \cdot \frac{a^2}{2}$$

$$= \frac{a^2}{2}$$

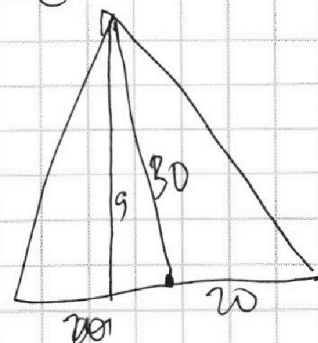
$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}}{2}$$

$$= \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$$

$$\sin \alpha = \frac{120}{600} = \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$



$$m = 30 - 2x$$



$$S = \sqrt{\frac{a+b+c}{2}}$$

$$S = 30 - 20 \sin \alpha = 600 \sin \alpha$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6) Расс-м такие A, B , где $x_2 > x_1$. Пусть
они лежат на прямой $y = kx + b$
тогда $y_1 = kx_1 + b$
 $y_2 = kx_2 + b$
 ~~$6(x_2 - x_1) + k(x_2 - x_1) = 48$~~
 ~~$(6 + k)(x_2 - x_1) = 48$~~
1) $x_2 - x_1 = 1 \Rightarrow k = 42$
 $x_1 = 0, x_2 = 1 \Rightarrow$ точки $(0; 0)$ ~~$(1; 0)$~~ $(1; 42)$

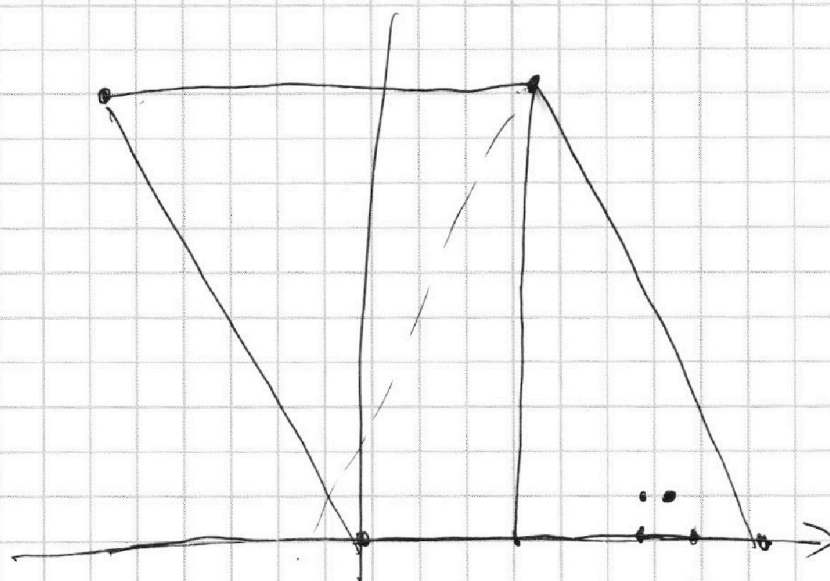
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1$$

$$y = 42x + 6$$

$$Q: 90$$

$$90 = 84 + 6$$

$$6 = +6$$

$$y = 42x + 6$$
$$y =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\sin x = t$$

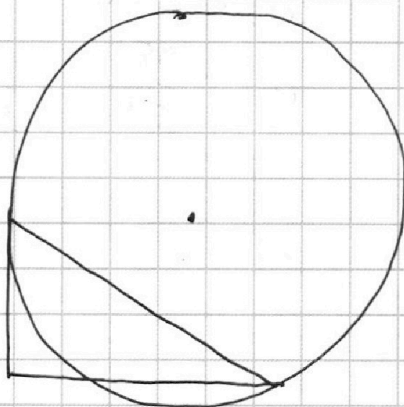
$$\sin x = t$$

$$\arcsin t = x$$

$$\arccos(\sin x)$$

$$10 \arccos(\sin x)$$

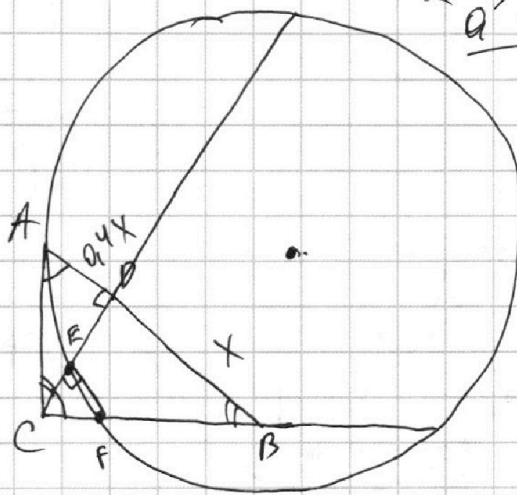
$$b^4 - b^4 + b^4$$



$$\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{CB}$$

$$\frac{a^5 + b^5}{a + b}$$

$$\begin{array}{r} a^5 + 0 \cdot a^4 + 0 \cdot a^3 + 0 \cdot a^2 + 0 \cdot a + b^5 \\ - a^5 - a^4 b \\ \hline a^4 b + 0 \cdot a^3 \\ - a^4 b - a^3 b^2 \\ \hline - a^3 b^2 + 0 \cdot a^2 \\ - a^3 b^2 - a^2 b^3 \\ \hline - a^2 b^3 + 0 \cdot a \\ - a^2 b^3 - a b^4 \\ \hline a b^4 + b^5 \end{array}$$



$$a^4 + a^3 b + a^2 b^2 + a b^3 + b^4 \times 5 = 0$$

$$ab(a^3 + b^3)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} 3^7 5^{13}$$

$$ac : 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$$\frac{5}{\frac{45}{4}} = \frac{35}{45} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{CD}{CF} = \frac{CB}{CD}$$

$$abc : 2^{18} 3^{26} 5^{29}$$

$$\frac{CE}{CF} = \frac{CD}{CB}$$

$$\sin x \cdot 35 = 0$$

$$a = \frac{35}{54}$$

$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$

$$AB = 1,4 BD$$

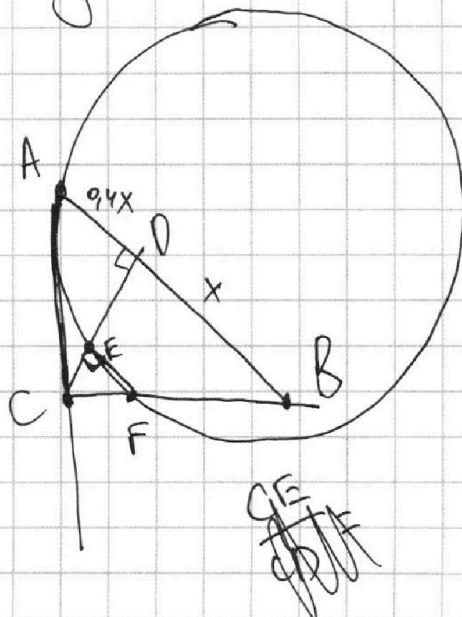
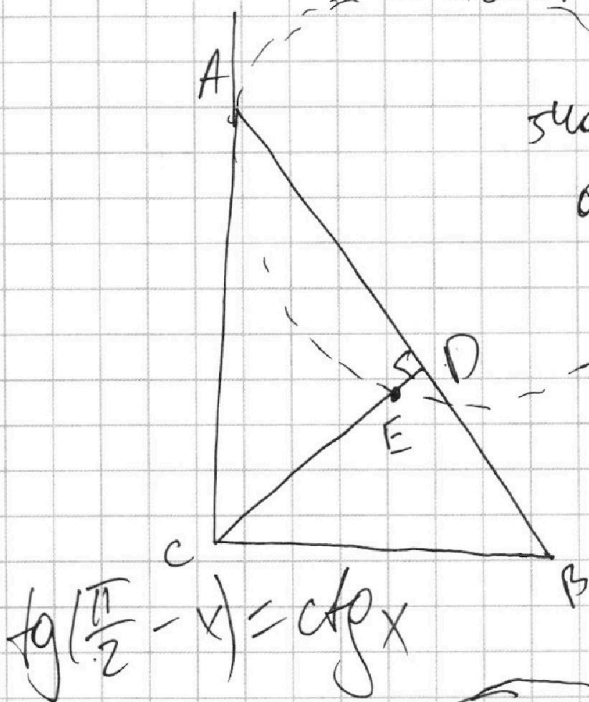
$$\frac{CE}{CF} = \frac{CD}{CB}$$

$$CE \cdot CD = CF \cdot CB$$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{CB}$$

$$\frac{CE}{CF} = \frac{CD}{CB}$$

$$CB = CD$$



$$\frac{CE}{CF} = \frac{CD}{CB}$$