



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

Пример: $n_1 = \cancel{10} 4$
 $n_2 = 3$
 $n_3 = 10$
 $m_1 = 7$
 $m_2 = \cancel{8} 4$
 $m_3 = 11$

$q_1 = 21$
 $q_2 = 0$
 $q_3 = \cancel{43} 22$

Тогда $a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{21}$ $a \cdot b = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{21} : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$
 $b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^0$ $b \cdot c = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{22} : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$
 $c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{22}$ $a \cdot c = 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43} : 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

Следовательно, $a \cdot b \cdot c = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

Ответ: $a \cdot b \cdot c_{\min} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} a, b &: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \\ b, c &: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \\ a, c &: 2^{14} \cdot 3^{19} \cdot 5^{23} \end{aligned}$$

$$abc \rightarrow \min; abc - ?$$

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

- n_1 - кол-во 2 , на которое делится число a .
 n_2 - кол-во 2 , на которое делится число b .
 n_3 - кол-во 2 , на которое делится число c .
 m_1 - кол-во 3 , на которое делится число a .
 m_2 - кол-во 3 , на которое делится число b .
 m_3 - кол-во 3 , на которое делится число c .
 q_1 - кол-во 5 , на которое делится число a .
 q_2 - кол-во 5 , на которое делится число b .
 q_3 - кол-во 5 , на которое делится число c .

Тогда:
$$\begin{aligned} n_1 + n_2 &\geq 7 \\ n_2 + n_3 &\geq 13 \\ n_1 + n_3 &\geq 14 \\ 2n_1 + 2n_2 + 2n_3 &\geq 34 \\ n_1 + n_2 + n_3 &\geq 17 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 = 17 \text{ (нужно min)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 + m_2 &\geq 11 \\ m_2 + m_3 &\geq 15 \\ m_1 + m_3 &\geq 17 \\ 2m_1 + 2m_2 + 2m_3 &\geq 43 \\ m_1 + m_2 + m_3 &\geq 21,5 \rightarrow m_1 + m_2 + m_3 = 22 \text{ (нужно min)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &\geq 14 \\ q_2 + q_3 &\geq 18 \\ q_1 + q_3 &\geq 43 \\ 2q_1 + 2q_2 + 2q_3 &\geq 75 \\ q_1 + q_2 + q_3 &\geq 37,5 \rightarrow q_1 + q_2 + q_3 = 38 \text{ (нужно min)} \end{aligned}$$

Но тогда $q_2 \leq -5$, чего быть не может. $\rightarrow q_1 + q_2 + q_3 \geq 38$
 Значит $q_1 + q_3 \geq 43$. Чтобы $q_1 + q_2 + q_3 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned} q_1 + q_3 &= 43 \\ q_2 &= 0 \end{aligned}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: ABC - прямоугол

CD - высота

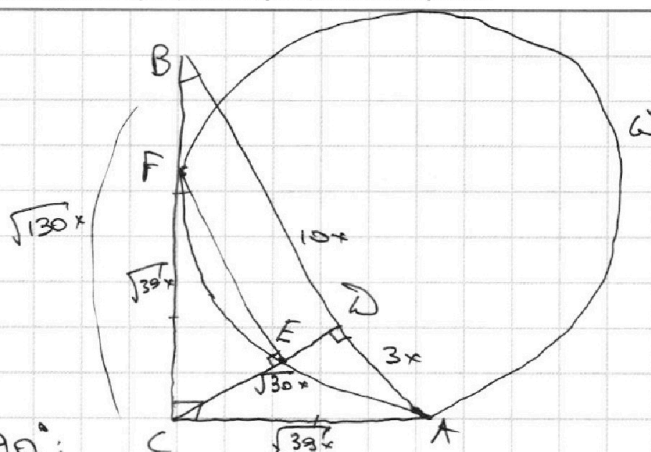
$AB \parallel EF$

$AB:BD = 1,3$

$E, F, A \in \omega$

Найти: $\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}}$ - ?

Решение:



① т.к. $\angle C = 90^\circ$:

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD}$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{10}; AB = BD + AD \} \rightarrow 3BD = 10AD$$

Пусть $AD = 3x$, тогда $BD = 10x$

$$CD = \sqrt{3x \cdot 10x} = \sqrt{30}x$$

$$② S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30}x = \frac{3\sqrt{30}}{2}x^2$$

③ т.к. $AB \parallel EF$: $\angle CFE = \angle CBD$ (соотв. углы при
рассмотрим $\triangle CFE$ и $\triangle CBD$:
 $\angle C$ - общий
 $\angle CFE = \angle CBD$

$\triangle CFE \sim \triangle CBD$ (2 угла)

④ $AC = CF$ (отрезки касательных из т. C)

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{39}x \text{ (из } \triangle ACD); CF = \sqrt{39}x$$

$$CB = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{130}x \text{ (из } \triangle CDB)$$

$$k_{\text{пог. } \triangle CFE \text{ и } \triangle CBD} = \frac{CF}{CB} = \frac{\sqrt{39}x}{\sqrt{130}x} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$⑤ \text{ из } ③ \text{ и } ④ \rightarrow CF = k \cdot CD = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot \sqrt{30}x = 3x$$

$$EF = k \cdot BD = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot 10x = \sqrt{30}x$$

$$\angle CFE = \angle CBD = 90^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

$$⑥ S_{ACEF} = \frac{1}{2} \cdot CE \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30}x = \frac{3\sqrt{30}}{2}x^2$$

$$⑦ \frac{S_{ACD}}{S_{ACEF}} = \frac{3\sqrt{30}x^2 \cdot 2}{2 \cdot 3\sqrt{30}x^2} = 1$$

$$\text{Ответ: } \frac{S_{ACD}}{S_{ACEF}} = 1.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sin \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$. Пусть $y = \arccos x \rightarrow x \in [-1; 1]$
 $y \in [0; \frac{\pi}{2}]$
 Разделим на 5 обе части
 и применим ф-ию $\cos$:
 $\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{y}{5}\right)$
 $\rightarrow \arccos \cos x \in [0; \frac{5\pi}{2}]$

Значения синуса и косинуса совпадают при аргументах, равных $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ и $\frac{5\pi}{4} + 2\pi k$; $n \in \mathbb{Z}; k \in \mathbb{Z}$

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \pi$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

(оба аргумента должны быть равны либо $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, либо $\frac{5\pi}{4} + 2\pi k$)

① $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi n}{5}\right)$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \neq \cos\left(\frac{7\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}\right). \text{ Т.к. } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right] \rightarrow n = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \neq \cos\left(\frac{7\pi}{20}\right)$$

② $\frac{5\pi}{4} + 2\pi k$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi k\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\frac{5\pi}{4} + 2\pi k}{5}\right), \text{ Т.к. } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right] \rightarrow n = -1$$

$$\sin \frac{5\pi}{4} \neq \cos\left(\frac{3\pi}{10} - \frac{3\pi}{20}\right)$$

$$\sin \frac{5\pi}{4} \neq \cos\left(\frac{3\pi}{20}\right)$$

→ больше значений не могут совпадать значения синуса и косинуса → нет решений

Ответ: нет решений.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

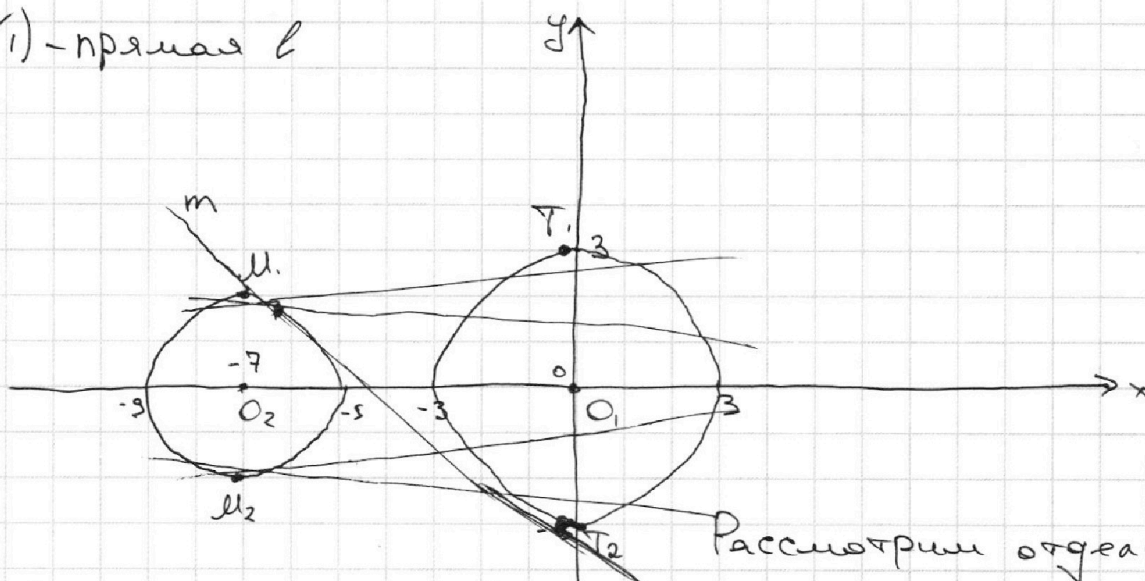


$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & (1) \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 & (2) \end{cases}$$

из (2): $x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$
 $(x+7)^2 + y^2 = 4$
 $O_1(-7; 0)$ - окружность
 $R_1 = 2$

или $x^2 + y^2 - 9 = 0$
 $x^2 + y^2 = 9$
 $O_2(0; 0)$ - окружность
 $R_2 = 3$

(1) - прямая l



система имеет 4
решения тогда и только
тогда, когда ~~каждая~~ ^{прямая} пересе-
кает каждую окружность
дважды.

Рассмотрим отрезок
 $a=0$:

$x = 7b$ - вертикальная
прямая $\rightarrow$ max - 2 реше-
ния

То есть надо рассмотреть предельные слу-
чай секущих (касательные) к каждой ок-
ружности

① к меньшей окружности

~~$d(O_1, l) = R_1$~~ $d(O_1, l) = R_1$

$$\left| \frac{-7 - 7b}{\sqrt{1 + 9a^2}} \right| = 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

$$\left| -\frac{7}{2}(1+b) \right| = \sqrt{1+9a^2}$$

$$\left| \begin{matrix} 1+b \leq 0 \rightarrow b \leq -1 \\ \frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = 1+9a^2 \end{matrix} \right. \rightarrow \frac{49}{4}b^2 + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4} - 9a^2 - 1 = 0$$

$f(x)$

парабола ветвями ~~вверх~~ ^{вверх}

Чтобы ~~было~~ ^{было} решение $D \geq 0$

$$D = \frac{49^2}{4} - 4 \cdot \frac{49}{4} \left(\frac{49}{4} - 9a^2 - 1 \right) = \frac{49}{4} \left(\frac{49}{4} - 49 + 36a^2 + 4 \right) \geq 0$$

$$D \text{ всегда } \geq 0$$

~~Чтобы b было ≤ -1~~

~~Надо, чтобы $f(-1) \leq 0$~~

$$\frac{49}{4} - \frac{49}{2} + \frac{49}{4} - 9a^2 - 1 \leq 0$$

$$9a^2 + 1 \geq 0 \text{ — всегда}$$

② к боковой окружности:

~~$d(O_2; l) = R_2$~~

$$d(O_2; l) = R_2$$

$$\left| \frac{-7b}{\sqrt{1+9a^2}} \right| = 3$$

$$\left| -\frac{7}{3}b \right| = \sqrt{1+9a^2}$$

$$\frac{49b^2}{9} = 1+9a^2 \rightarrow b = \pm \sqrt{\frac{9+81a^2}{49}}$$

$$\left| b \right| \leq \frac{1}{3}$$

$$\text{при } \forall a : b = \pm \sqrt{\frac{9+81a^2}{49}}$$

Но т-общая касательная (со своим a)

и картинка симметрична относительно оси $Ox \rightarrow$

если a — решение, то $-a$ — тоже.

Ответ будет выглядеть следующим образом:

$$a \in (-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!

продолжение 12.06

$$\begin{cases} \frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49b^2}{4} = 1 + 9a^2 \\ \frac{49b^2}{9} = 1 + 9a^2 \end{cases}$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49b^2}{4} = \frac{49b^2}{9}$$

$$5b^2 + 18b + 9 = 0$$

$$D = 18^2 - 4 \cdot 5 \cdot 9 = 18(18 - 2 \cdot 5) = 144$$

$$b_{1,2} = \frac{-18 \pm 12}{10} = \begin{cases} -3 \\ -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$a^2 = \frac{\frac{49b^2}{9} - 1}{9}$$

при $b = -3$:

$$a^2 = \frac{48}{9}$$

$$a = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

при $b = -\frac{3}{5}$:

$$a^2 = \frac{24}{225}$$

$$a = \pm \frac{2\sqrt{6}}{15}$$

Возьмем только $a > 0$ (потом отразим):

$$y = \frac{-x}{3a} + \frac{76}{3a}$$

$$p = \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = -\frac{1}{4}$$

$$q = \frac{-21}{3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = -\frac{21}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}x - \frac{21}{4}$$

(это касат. снизу)

Запишем в виде $y = px + q$

$$p = -\frac{1}{3 \cdot 2\sqrt{6}} = -\frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$q = \frac{7 \cdot (-\frac{3}{5})^{15}}{3 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{15}} = \frac{-21}{2\sqrt{6}}$$

$$y = -\frac{5}{2\sqrt{6}}x - \frac{21}{2\sqrt{6}}$$

(это необходимая касательная)

$$a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$$

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐

2 ☐

3 ☐

4 ☐

5 ☒

6 ☐

7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7^4 6x + 2 \log_7 7 = \log_7 6x^2 \cdot 343 - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_7 7 = \log_7 y^2 \cdot (7^5) - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 6x + \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{2 \log_7 |6x|}{\sqrt[5]{6}} - 4 \\ \log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{2 \log_7 |y|}{\sqrt[5]{6}} - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 6x + \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{2 \log_7 |6x|}{\sqrt[5]{6}} - 4 \\ \log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{2 \log_7 |y|}{\sqrt[5]{6}} - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 6x + \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{2 \log_7 |6x|}{\sqrt[5]{6}} - 4 \\ \log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{2 \log_7 |y|}{\sqrt[5]{6}} - 4 \end{cases}$$

Пусть $\log_7 6x = t$, а $\log_7 y = p$,
тогда:

$$\begin{cases} t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4 & | \cdot t \neq 0 \\ p^4 + \frac{6}{p} = \frac{5}{2p} - 4 & | \cdot p \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4 & | \cdot t \neq 0 \\ p^4 + \frac{6}{p} = \frac{5}{2p} - 4 & | \cdot p \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$xy = ?$

ОДЗ: $x > 0$

$x \neq \frac{1}{6}$
 $y > 0$
 $y \neq 1$

$$\log_7 |6x| = \log_7 6x$$

$$\log_7 |y| = \log_7 y$$

(т.к. $x, y > 0$ по ОДЗ)

$$\text{Если } t = \log_7 6x, \\ x = \frac{7^t}{6}$$

$$\text{Если } p = \log_7 y, \\ y = 7^p$$

$$\text{Т.е. найти надо } xy = \frac{\sqrt[5]{7^5 \cdot 7^p}}{6} = \frac{7}{6}$$

1 пересечение с осью ОТ (1 решение уравнения):
 $t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$

$$g(p) = p^5 + 4p + \frac{7}{2}$$

$$g'(p) = 5p^4 + 4 > 0$$

Ф-ия возрастает, следовательно имеет одно пересечение с осью ОР (1 решение уравнения: $p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0$)

Заметим, что единственным решением обеих у-ий будет $t = -p$:

$$(-p)^5 + 4(-p) - \frac{7}{2} = 0$$

$$-p^5 - 4p - \frac{7}{2} = 0 \rightarrow p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 - \text{в таком случае}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

одно уравнение превращается в другое.

Из того $t = -p$; получаем, что

$$\frac{7^z \cdot 7^p}{6} = \frac{7^{\overbrace{z+p}^{-p}} \cdot 7^p}{6} = \frac{7^p}{7^p \cdot 6} = \frac{1}{6} \rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6} = xy$.

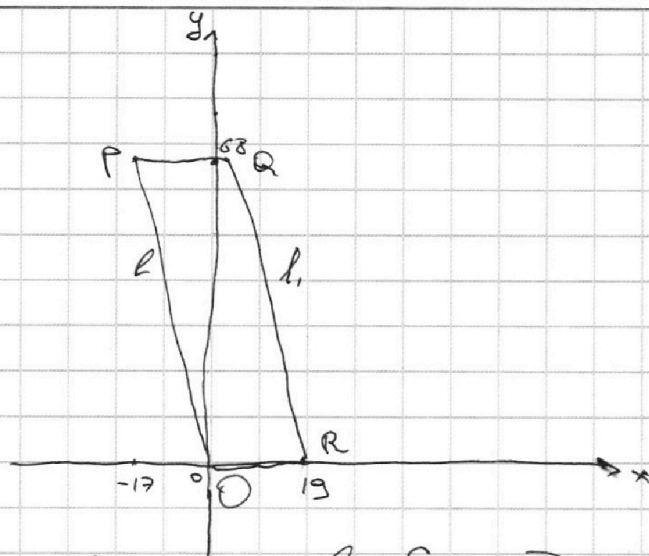
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

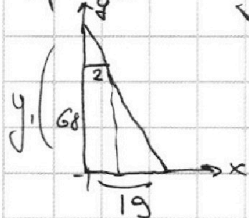


$l: y = 4x + b$, где $b \in [0; 76]$ - точка пересечения с осью Oy .
 $x \in [-17; 19]$

$l_1: y = -4x + b$

при $x = 0: y = b$

$y \in [0; 68]$



$\frac{68}{17} = \frac{y_1}{19} = 4 \rightarrow y_1 = 76 \rightarrow b_{\max} = 76$

$4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40 \rightarrow \begin{matrix} 4x_2 - 4x_1 \\ \div 4 \end{matrix} + \begin{matrix} y_2 - y_1 \\ \div 4 \end{matrix} = 10 \rightarrow \Delta y : 4$

Рассмотрим $\Delta y = 4 \rightarrow \Delta x = 9 \rightarrow 11$ пар (17 пар в)

(при $\Delta y = 4$:
 $y_2 = 4$
 $y_1 = 0$
или
 $y_2 = 8$
 $y_1 = 4$
или
 $y_2 = 12$
 $y_1 = 8$
и т.д.)

$\Delta y = 8 \rightarrow \Delta x = 8 \rightarrow 12$ пар (16 сл.)
 $\Delta y = 12 \rightarrow \Delta x = 7 \rightarrow 13$ пар (15 сл.)
 $\Delta y = 16 \rightarrow \Delta x = 6 \rightarrow 14$ пар (14 сл.)
 $\Delta y = 20 \rightarrow \Delta x = 5 \rightarrow 15$ пар (13 сл.)
 $\Delta y = 24 \rightarrow \Delta x = 4 \rightarrow 16$ пар (12 сл.)
 $\Delta y = 28 \rightarrow \Delta x = 3 \rightarrow 17$ пар (11 сл.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

предложение

$$\Delta y = 32 \rightarrow \Delta x = 2 \rightarrow 18 \text{ пар (10 см)}$$

$$\Delta y = 36 \rightarrow \Delta x = 1 \rightarrow 19 \text{ пар (9 см)}$$

$$\Delta y = 40 \rightarrow \Delta x = 0 \rightarrow 20 \text{ пар (8 см)}$$

$$\text{Итого: } 2 \cdot 11 \cdot 17 + 2 \cdot 12 \cdot 16 + 2 \cdot 13 \cdot 15 + 14 \cdot 14 + 180 + 19 \cdot 9 + 20 \cdot 8 =$$

$$= 2 \cdot 187 + 24 \cdot 16 + 30 \cdot 13 + 196 + 180 + 171 + 160 =$$

$$= 374 + 384 + 390 + 196 + 180 + 171 + 160 =$$

$$= 758 + 586 + 351 + 160 = 1344 + 511 = 1855$$

$$1855 \cdot 2 = \begin{pmatrix} \Delta x < 0 \\ \Delta y < 0 \end{pmatrix} \rightarrow 3710 \text{ пар точек} \quad \begin{matrix} \text{пар} \\ \text{точек} \end{matrix}$$

Ответ: ~~1855~~ пар точек.
3710



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi + 2\pi n}{5} = \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\frac{7\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} = \pi k$$

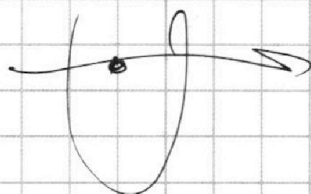
$$\pi + 2\pi n = 10\pi k \quad \begin{matrix} k \\ n \end{matrix}$$

$$1 + 2n = 10k$$

$$n = \frac{10k - 1}{2} = 4$$

$$\begin{matrix} n \in \mathbb{N} \\ k \in \mathbb{N} \end{matrix}$$

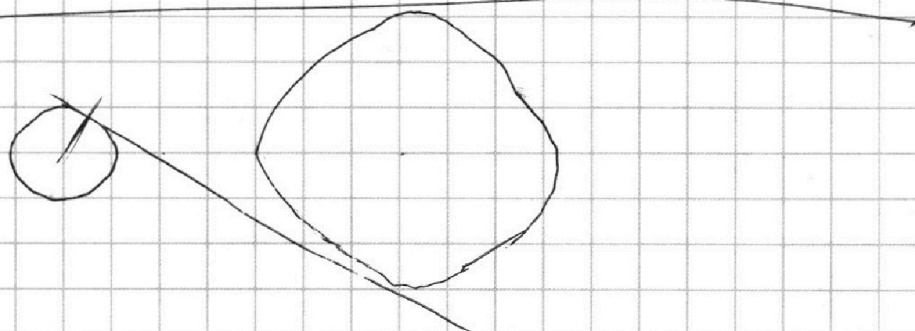
d.l.l.l.



$$-\frac{49}{2} \pm \sqrt{7(9a^2 + 1)}$$

$\frac{2 \cdot 49}{2 \cdot 7}$

$$-1 \pm \frac{2\sqrt{9a^2 + 1}}{49}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x - \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right) = 0$$

$$\sin x = \cos \frac{3\pi}{10}$$

$$y = \arccos x \quad x \in [-1; 1] \quad y \in [0; \pi]$$

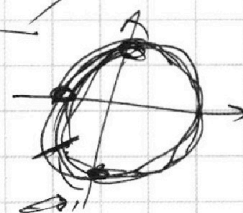
$$y \in [0; \frac{5\pi}{2}] \quad y \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

$$0 < \frac{3\pi}{2} + x \leq \frac{5\pi}{2} \quad / - \frac{3\pi}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \pi$$

$$\sin x \in [-1; 1]$$

$$\cos \frac{3\pi}{10}$$



$$(x^2 + y^2)^2 = x^2 + y^2$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x = -\frac{3\pi}{4} \quad \text{или} \quad x = \frac{\pi}{4}$$

$$\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{3\pi}{20}\right)$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{20}\right)$$

$$\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{20}\right)$$

$$\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{3\pi}{10} \rightarrow x = \frac{3\pi}{8}$$

$$\frac{3\pi}{20} + \frac{4x}{20} = \frac{5\pi}{20}$$

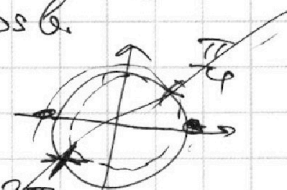
$$\frac{3\pi}{20} + \frac{4x}{20} = -\frac{15\pi}{20}$$

$$\frac{4x}{20} = -\frac{18\pi}{20}$$

$$x = -\frac{9\pi}{10}$$

$$-\frac{3\pi}{20} = \frac{2\pi}{5}$$

4





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 380 \\ + 186 \\ \hline 566 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ + 171 \\ \hline 351 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 758 \\ + 586 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 351 \\ + 160 \\ \hline 511 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1855 \\ \times 2 \\ \hline 3710 \end{array}$$

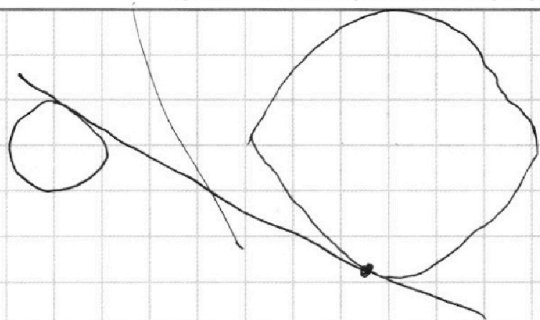
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x + 3ay - 7b = 0$$

$$\frac{48}{25} = 1$$

$$2\sqrt{6} = 2\sqrt{4}$$

$$\frac{5}{3.4} = 1.5$$

$$\frac{7}{2}(1+b) \in \sqrt{1+9a^2}$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = 1 + 9a^2$$

$$\frac{49}{9}b^2 = 1 + 9a^2$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = \frac{49}{9}b^2 \quad | \cdot 36$$

$$49 \cdot 9 + 49 \cdot 18b + 49 \cdot 9b^2 = 49 \cdot 4b^2$$

$$49 \cdot 5b^2 + 49 \cdot 18b + 9 = 0$$

$$5b^2 + 18b + 9 = 0$$

$$D = 18 \cdot 18 - 4 \cdot 9 \cdot 5 = 18(18 - 2 \cdot 5) = 18 \cdot 8 = 144$$

$$b_{1,2} = \frac{-18 \pm 12}{5 \cdot 2} = \begin{cases} \frac{-18-12}{5} = -\frac{6}{1} = -3 \\ \frac{-18+12}{5} = -\frac{6}{5} \end{cases}$$

$$a^2 = \frac{\frac{49}{9}b^2 - 1}{9}$$

$$\frac{49}{9}$$

$$\frac{49}{9}$$

(-6)

$$\frac{49 \cdot 36 - 9}{9}$$

$$= \frac{49 \cdot 36 - 9}{81} = 9(49 \cdot 4 - 1)$$

$$a^2 = \frac{196}{9}$$

(6)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left(-\frac{6}{5}\right)^2$$

$$\frac{49 \cdot 3^2 - 1}{9} = \frac{49 \cdot 3^2}{9 \cdot 25} - \frac{1}{25}$$

$$z = \frac{196 - 25}{9 \cdot 25} = \frac{171}{9 \cdot 25}$$

$$a = \frac{14}{3}; b = -6$$

$$a = \frac{\sqrt{171}}{15}; b = -\frac{6}{5}$$

$$y = \frac{x - 3a}{14}$$

$$y = \frac{-x + 7b}{3a}$$

$$\frac{1}{3 \cdot 4\sqrt{3}}$$

$$a = 2 +$$

$$\frac{11}{4}$$

$$y = \frac{7b}{3a}$$

$$\frac{48}{14}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{25}$$

$$\frac{21}{25}$$

$$\frac{21}{5 \cdot 3 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{15}}$$

$$\frac{21}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{21}{2\sqrt{5}}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{20\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{6}}$$

$$20\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6}$$

$$\frac{-21}{3 \cdot 4\sqrt{3}}$$

$$\frac{-21}{4\sqrt{3}}$$

$$\frac{17}{6.8} = 21$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



④ $x + 3ay - 7b = 0$

$x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$ или $x^2 + y^2 = 9$

$(x+7)^2 + y^2 = -45 + 49 = 4$

$x^2 + y^2 = 9$

$x + 3ay - 7b = 0$

$y = \frac{-x+7b}{3a}$

прямая
 $a \neq 0$

$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a}$

$y = \frac{1}{3|a|}x - \frac{7b}{3|a|}$

$d(0;0) = R$

$\frac{-\frac{1}{3a} \cdot (-7) + \frac{7b}{3a}}{\sqrt{\frac{1}{9a^2} + \frac{49b^2}{9a^2}}} = 2$

если $a = 0$:

$x = 7b$ - верн. прямая

$\frac{7+7b}{\sqrt{49b^2+1}} = 2$

$7+7b = 2\sqrt{49b^2+1}$

$7(1+2b+b^2) = 2(49b^2+1)$

$7+14b+7b^2 = 98b^2+2$

$91b^2 - 14b - 5 = 0$ $\Delta \geq 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

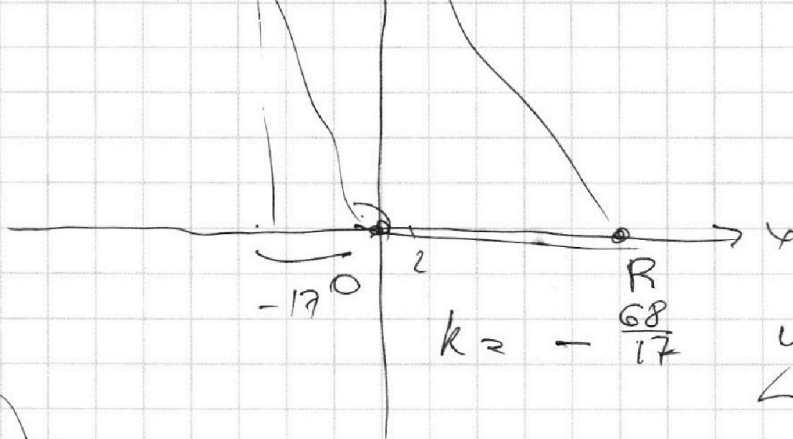
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6)

$P(-17; 68)$ $Q(19; 76)$

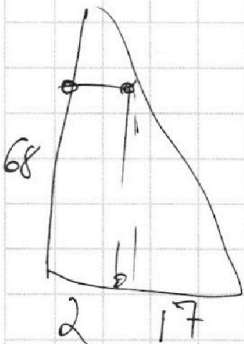


$$k = -\frac{68}{17}$$

$$y = -\frac{68}{17}x + b$$

$b \in [0; 76]$

$$\frac{17}{68} = \frac{19}{y} \rightarrow y = \frac{19 \cdot 68}{17} = 19 \cdot 4 = 76$$



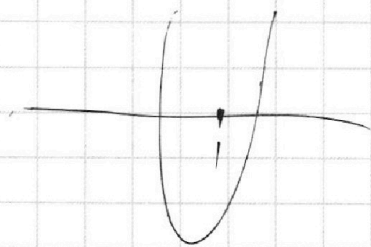
$$4\Delta x + \Delta y = 40$$

$$y = -4x + b$$

$b \in [0; 76]$

$y \in [0; 68]$

$x \in [-17; 19]$



$$f(-1) \leq 0$$

$$\frac{49}{4} - \frac{49}{2} + \frac{49}{4} - g_0^2 + 1 < 0$$

$$g_0^2 + 1 \geq 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 -7-7b &= 2 \frac{\sqrt{49b^2+1}}{3a} \\
 -\frac{7(1+b) \cdot 3a}{2} &= \sqrt{49b^2+1} \quad (1+b)3a \leq 0 \\
 \frac{49}{4} 9a^2 (1+2b+b^2) &= 49b^2+1 \\
 D &= \left(\frac{49}{4} \cdot 9a^2\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{49}{4} \cdot 9a^2\right) \cdot \left(-\frac{49}{4} \cdot 9a^2 + 1\right) > 0 \\
 \frac{49 \cdot 9a^2}{4} \cdot 2 - 4 \left(1 - \frac{49 \cdot 9a^2}{4}\right) & > 0 \\
 \frac{1}{2} \cdot 49 \cdot 9a^2 & > 4 \quad | \cdot 2 : 5 \\
 \frac{3}{2} \cdot 49 \cdot 9a^2 & > 4 \quad | \cdot 2 : 5 \\
 a^2 & > \frac{8}{3 \cdot 49 \cdot 9} \quad ; a < -\infty
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{-7b}{\sqrt{1+9a^2}} &= 3 & (-7-7b)2 &= \sqrt{1+9a^2} \\
 -21b &= \sqrt{1+9a^2} & -14-14b &= \sqrt{1+9a^2} \\
 441b^2 &\geq 1+9a^2 & 1+b &\leq 0 \\
 & & b &\leq -1 \\
 & \text{реш есть} & 196 + 14^2 \cdot 2b + 196b^2 &= 1+9a^2 \\
 b & & 196b^2 + 14^2 \cdot 2b + 196 &- 9a^2 - 1 = 0 \\
 D &= 14^4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 14^2 \cdot (14^2 - 9a^2 - 1) & > 0 \\
 4 \cdot 196 \cdot 196 - 196 \cdot 9a^2 + 1 & > 0 \\
 9a^2 + 1 & > 0
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{-7b}{\sqrt{1+9a^2}} = 3$$

$$-7b = \sqrt{1+9a^2} \quad | \cdot b \leq 0$$

$$\frac{49b^2}{9} = 1+9a^2$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 49 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ + 12 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ - 65 \\ \hline 131 \end{array}$$

$$\frac{-7-7b}{\sqrt{1+9a^2}} = 2$$

$$-\frac{7}{2}(1+b) = \sqrt{1+9a^2}$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = 1+9a^2 \quad | +b \leq 0$$

$$b \leq -1$$

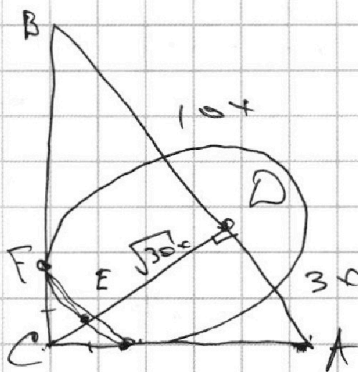
$$D = \frac{49^2}{4} - 4 \cdot \frac{49}{4} \cdot \left(\frac{49}{4} - 9a^2 - 1 \right) > 0$$

$$\frac{49}{4} - 49 + 36a^2 + 4 > 0$$

$$49 - 49 \cdot 4 + 36a^2 + 16 > 0$$

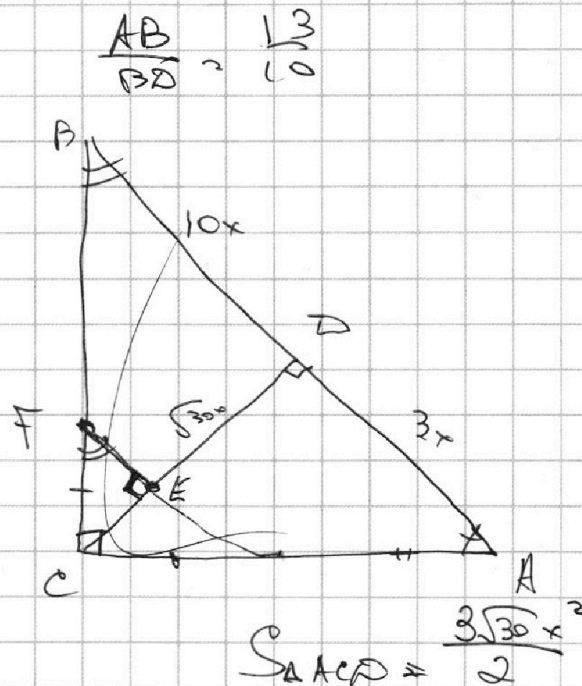
$$36a^2 - 131 > 0$$

$$a^2 \in \left(-\infty; -\frac{131}{36} \right) \cup \left(\frac{131}{36}; +\infty \right)$$



$$7/9a^2 < 1$$

$AB \parallel EF$



$$S_{ACP} = \frac{3\sqrt{30}x^2}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7^4 6x - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x} 34^2 \\ \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} 7^5 - 4 \end{cases} \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \\ y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases} \begin{matrix} -2 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \\ + 6 - \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$\log_7^4(6x) - \frac{2}{\log_7(6x)} = \frac{3}{2 \log_7(6x)} - 4$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$t^5 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

$$t = \sqrt[5]{\frac{7}{2}} \rightarrow \log_7(6x) = \sqrt[5]{\frac{7}{2}} \rightarrow 6x = 7^{\sqrt[5]{\frac{7}{2}}}$$

$$t^5 - 2 = \frac{3}{2} - 4t$$

$$t^5 + 4t = \frac{7}{2} \rightarrow t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$$

$$\log_{36x} 7^3 \cdot \frac{3}{2} \log_{6x} 7$$

$$\log_7(6x) = t$$

5

$$D: \frac{7}{2}$$

$$\begin{matrix} +1, \pm 7 \\ -1, \pm 2 \end{matrix}$$

$$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2 \log_7 y} - 4$$

$$p^4 + \frac{6}{p} = \frac{5}{2p} - 4 \quad | \cdot p$$

$$p^5 + 6 = \frac{5}{2} - 4p$$

$$p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \quad t > 0$$

$$t < 1$$

$$-p^5 - 4p - \frac{7}{2}$$

$$t = p$$

$$-t^5 - 4t + \frac{7}{2} = 0$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$$

$$p = \log_7 y$$

$$7^t = 6x \rightarrow x = \frac{7^t}{6}$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$$

$$f(t) = 5t^4 + 4 \rightarrow t^5 = \frac{7}{2} - 4$$

$$1 + 4 - 3,5 = 1,5$$

$$\frac{1}{2}t + \frac{4}{2} - \frac{7}{2}$$

$$\frac{7^t \cdot 7^p}{186} = \frac{7^{-p} \cdot 7^p}{186} = \frac{7^0}{186} = \frac{1}{186}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc: 2^{18} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

$$a = n_1 \cdot m_1 \cdot q_1$$

$$b = n_2 \cdot m_2 \cdot q_2$$

$$c = n_3 \cdot m_3 \cdot q_3$$

$$\begin{cases} n_1 + n_2 = 7 \\ n_2 + n_3 = 13 \\ n_1 + n_3 = 14 \end{cases}$$

$$n_1 + n_2 + n_3 = \frac{20+14}{2} = 17$$

$$\frac{11+15+17}{2} = \frac{43}{2}$$

$$= \frac{26+17}{2} = \frac{43}{2}$$

$$2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{39}$$

$$m_3 = \frac{43}{2} - 11 = \frac{21}{2}$$

$$m_1 = \frac{43}{2} - 15 = \frac{13}{2}$$

$$q_1 + q_2 + q_3 = \frac{14+18+43}{2}$$

$$= \frac{32+43}{2} = \frac{75}{2}$$

$$abc: 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{39}$$

$$abc: 2^{17} \cdot 3^{\frac{43}{2}} \cdot 5^{\frac{75}{2}} = 2^{17}$$

$$abc: 2^{20} \cdot 3^{26} \cdot 5^{32}$$

$$2^{17} \cdot 3^{22}$$

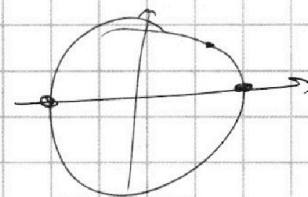
$$\frac{ab}{bc} = \frac{14}{18}$$

$$\frac{abc}{bc} = 5$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \cos \frac{3\pi}{10} \cos \frac{x}{5} + \sin \frac{x}{5} \sin \frac{3\pi}{10}$$



$$\sin x \in [0; 1]$$

$$-1 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq 1 \quad | \cdot 5$$

$$-5 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq 5 \quad | -\frac{3\pi}{2}$$

$$-5 - \frac{3\pi}{2} \leq x \leq 5 - \frac{3\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

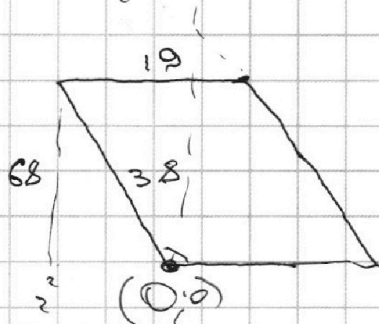
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos(5 \arccos(\sin x)) = \cos \frac{5\pi}{2} \cos x + \sin \frac{5\pi}{2} \sin x$$



$$\sqrt{68^2 + 19^2} = 19\sqrt{3+1} = 19 \cdot 2$$

$$y = -4x + 6$$

$$4x - y - 6 = 0$$

$$b \in [0; 76]$$

$$x \in [17; 19]$$

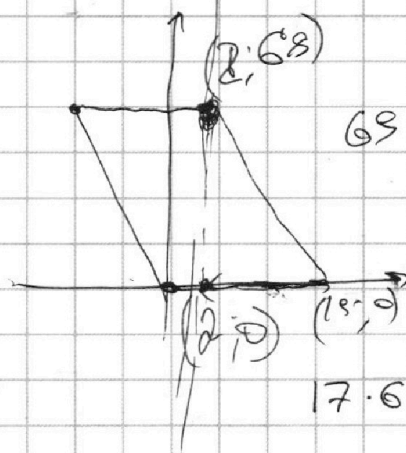
$$y \in [0; 68]$$

$$\Delta x + \Delta y = 40 : 2.5$$

$$\Delta x : 2 \quad \Delta y : 5$$

$$\Delta x : 2.5 = 10$$

$$\Delta y : 2.5 = 40$$



$$17 \cdot 68 \cdot \frac{1}{2} = 17^2 \cdot 2 \cdot 2.5$$

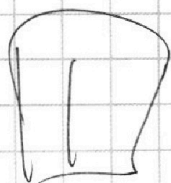
~~abc~~

$$a_1 = b_2 = 1$$

~~ca~~

$$c_3 - a_3 = 4$$

$$x + x + 4 = 13$$



(22)

a

b

c

2

4

3

10

(17)

3

45

45

105

(22)

5

105

0

10543

(43)

$$1+2 \geq 14$$

$$2+3 \geq 18$$

$$3+4 \geq 43$$

$$b_5 - a_5 = 4$$

$$a_5 + c_5 = 43$$

$$t + t + 4 = 43$$

$$t = \frac{39}{2} = 19.5$$

245

23,5

$$2^{17} 3^{22} 5^{43}$$

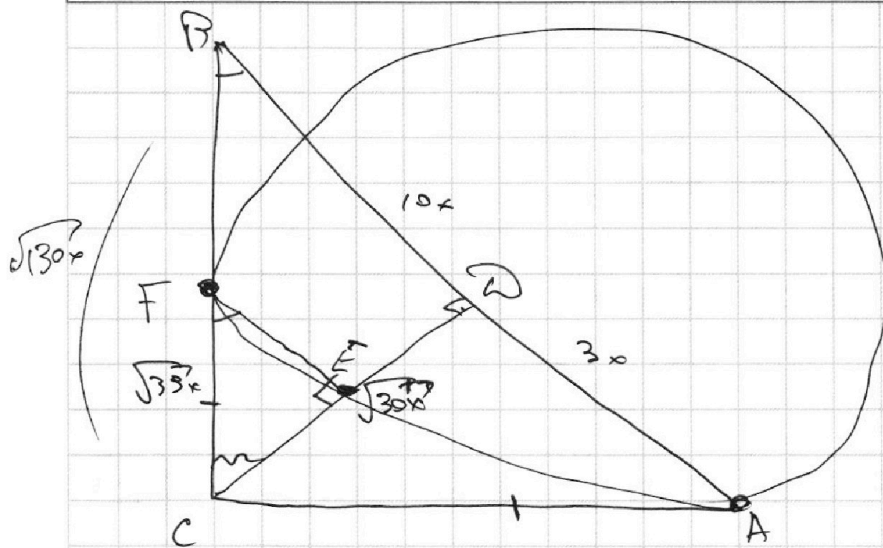
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CB = \sqrt{30x + 100x} = \sqrt{130x}$$

$$AC = \sqrt{30x + 9x} = \sqrt{39x}$$

$$k = \frac{CF}{CB} = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{130}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$CE = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot \sqrt{30x} = \sqrt{\frac{90}{10}}x = 3x$$

$$EF = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot 10x = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^2}{10}}x = \sqrt{30}x$$

$$S_{ACEF} = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30}x = \frac{3\sqrt{30}}{2}x^2$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30}x = \frac{3\sqrt{30}}{2}x^2$$

$$10BD + 10AD = 13BD$$

