



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-15; 90)$, $Q(2; 90)$ и $R(17; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 1

$$ab = k \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$bc = l \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}, \quad l \in \mathbb{N}$$

$$ac = m \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}, \quad m \in \mathbb{N}$$

$$(abc)^2 = klm \cdot 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

Т.к. $ab, bc \in \mathbb{N}$, то $\sqrt{klm} \cdot 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \in \mathbb{Z}$

$$\sqrt{2 \cdot 5 \cdot 3^{29}} \sqrt{3klm}$$

Т.к. данные числа a, b, c удовл. данными

условиями, то при умножении каждого числа
на натуральное же условия будут выполнены.

Т.к. $\sqrt{3klm} \in \mathbb{N}$, то наим. ^{его} значение равно 3 (когда при

д-ии: $a = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$ $k = 3, l = 1, m = 1$)

$$b = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$c = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

Если $k=3, l=1, m=1$:

$$a_1 + b_1 + c_1 = 6$$

$$b_2 + c_2 = 14$$

$$a_2 + c_2 = 16$$

$$a_3 + b_3 = 14$$

$$b_3 + c_3 = 21$$

$$a_3 + c_3 = 25$$

$$a_5 + b_5 = 11$$

$$b_5 + c_5 = 13$$

$$a_5 + c_5 = 28$$

$$c_2 - a_2 = 8$$

$$c_3 - a_3 = 7$$

$$c_5 - a_5 = 2$$

$$a_2 + c_2 = 16$$

$$a_3 + c_3 = 25$$

$$a_5 + c_5 = 28$$

$$2c_2 = 24$$

$$2c_3 = 32$$

$$2c_5 = 30$$

$$c_2 = 12$$

$$c_3 = 16$$

$$c_5 = 15$$

$$a_2 = 4 \quad \checkmark$$

$$a_3 = 9 \quad \checkmark$$

$$a_5 = 13$$

$$b_2 = 2$$

$$b_3 = 5$$

$$b_5 = -2$$

X

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Замечаем, что $b_5 = -2$, т.к. $b_5 \geq 0$, то полученная
система неверна.

Рассмотрим при каких k, l , и она будет
правильной:

Из (1), (2) и (3) получаем, что либо

~~или~~ 1) $a_5 + b_5$ - чёт $b_5 + c_5$ - чёт $a_5 + c_5$ - чёт

2) $a_5 + b_5$ - чёт $b_5 + c_5$ - чёт $a_5 + c_5$ - чёт

3) $a_5 + b_5$ - чёт $b_5 + c_5$ - чёт $a_5 + c_5$ - чёт

Понятно, что при добавл. ~~или~~ к любому ур-ю

из (1), (2), (3) единственное ур-е

нет никаких решений (из вышеизложенного).

$$a_5 + b_5 = 12 \quad b_5 + c_5 = 13 \quad a_5 + c_5 = 29$$

$$c_5 - a_5 = 1 \quad a_5 = 14$$

$$2c_5 = 30 \quad b_5 = -2$$

$$c_5 = 15 \quad \text{неверно}$$

$$a_5 + b_5 = 11 \quad b_5 + c_5 = 14 \quad a_5 + c_5 = 29$$

$$c_5 - a_5 = 12 \neq 3$$

$$2c_5 = 32 \quad a_5 = 13$$

$$c_5 = 16 \quad b_5 = -2 \quad \text{неверно.}$$

След. шаг: добавляем первое и третье ур-е:

Логическое решение:

$$a_5 + b_5 = 13 \quad b_5 + c_5 = 15 \quad a_5 + c_5 = 28$$

$$a_5 = 13 \quad c_5 = 15 \quad b_5 = 0$$

Д-р. $m = 3 \cdot 5^2$, $n = 5^2$, $k = 1$ есть реш. такое, что $\sqrt{3klm} = \sqrt{3 \cdot 1 \cdot 25^2} = 25$ целое



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

и ~~если~~ вправом оно минимально, то следует
из алгоритма подбора подобрать подстановки.

Тогда числ. значение $abc = \underline{2}^{18} \cdot \underline{3}^{30} \cdot \underline{5}^{28}$

Ответ: $(abc)_{\min} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

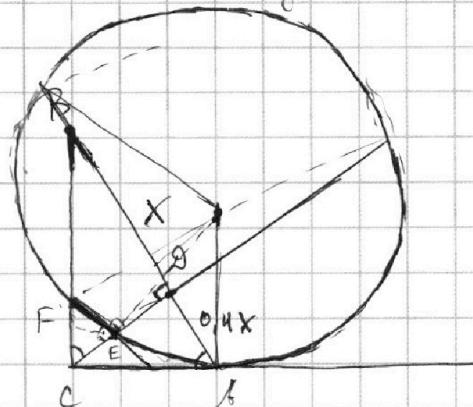
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 2



$$CD \perp AB$$

$$EF \parallel AB \Rightarrow EF \perp CD$$

$$\angle DCA = 90^\circ - \angle CAD$$

$$\angle BCD = 90^\circ - \angle DCA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BCD = \angle \cancel{ACD} \quad \cancel{CAD} \Rightarrow$$

След. из $\triangle ECF \sim \triangle DAC$

$$CD^2 = O_4x^2 \Rightarrow CD = x\sqrt{O_4x}$$

$$\tan \angle A = \frac{CD}{O_4x} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$10 \cdot \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$[0; 10\pi] \Rightarrow [0; 10\pi]$$

$$\begin{cases} 9\pi - 2x \geq 0 \\ 9\pi - 2x \leq 10\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{9\pi}{2} \\ x \geq -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$10 \cdot \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 9\pi - 2x$$

$$1) \frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]:$$

$$10 \cdot (\frac{\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$-4\pi = 8x \quad \text{некор.}$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \quad \text{некор.}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - x \leq \pi \\ \frac{\pi}{2} - x \geq -4\pi \end{cases}$$

$$2) \frac{\pi}{2} - x \in [-\pi; 0)$$

$$10 \cdot \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 10 \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = 10 \cdot (x - \frac{\pi}{2})$$

$$10(x - \frac{\pi}{2}) = 9\pi - 2x$$

$$10x - 5\pi = 9\pi - 2x$$

$$12x = 14\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6} \quad \text{некор.}$$

$$3) \frac{\pi}{2} - x \in [-2\pi; -\pi)$$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \arccos(\cos(\frac{5\pi}{2} - x)) = \frac{5\pi}{2} - x$$

$$10(\frac{5\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x$$

$$25\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$16\pi = 8x$$

$$x = 2\pi$$

$$\checkmark \quad \frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a) $\frac{\pi}{2} - x \in (-3\pi; -2\pi)$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) =$$
$$(-9\pi; 3\pi) = x - \frac{5\pi}{2}$$

$$10(x - \frac{5\pi}{2}) = 9\pi - 2x$$

$$12x = 34\pi$$

$$x = \frac{17}{6}\pi$$

$$\frac{3\pi}{2} + \frac{17\pi}{6} = -\frac{14\pi}{6} = -\frac{7\pi}{3} = 2\frac{1}{3}\pi \quad \checkmark \text{ neg } x.$$

b) $\frac{\pi}{2} - x \in [-4\pi; -3\pi)$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \arccos(\cos(\frac{9\pi}{2} - x)) = \frac{9\pi}{2} - x$$

$$10(\frac{9\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x$$

$$45\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$36\pi = 8x$$

$$x = \frac{9\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{9\pi}{2} = -4\pi \quad \checkmark \text{ neg } x.$$

Ответ: ~~$\frac{9\pi}{2}$~~ , $\frac{17}{6}\pi$; 2π ; $\frac{2\pi}{6}$; $-\frac{\pi}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

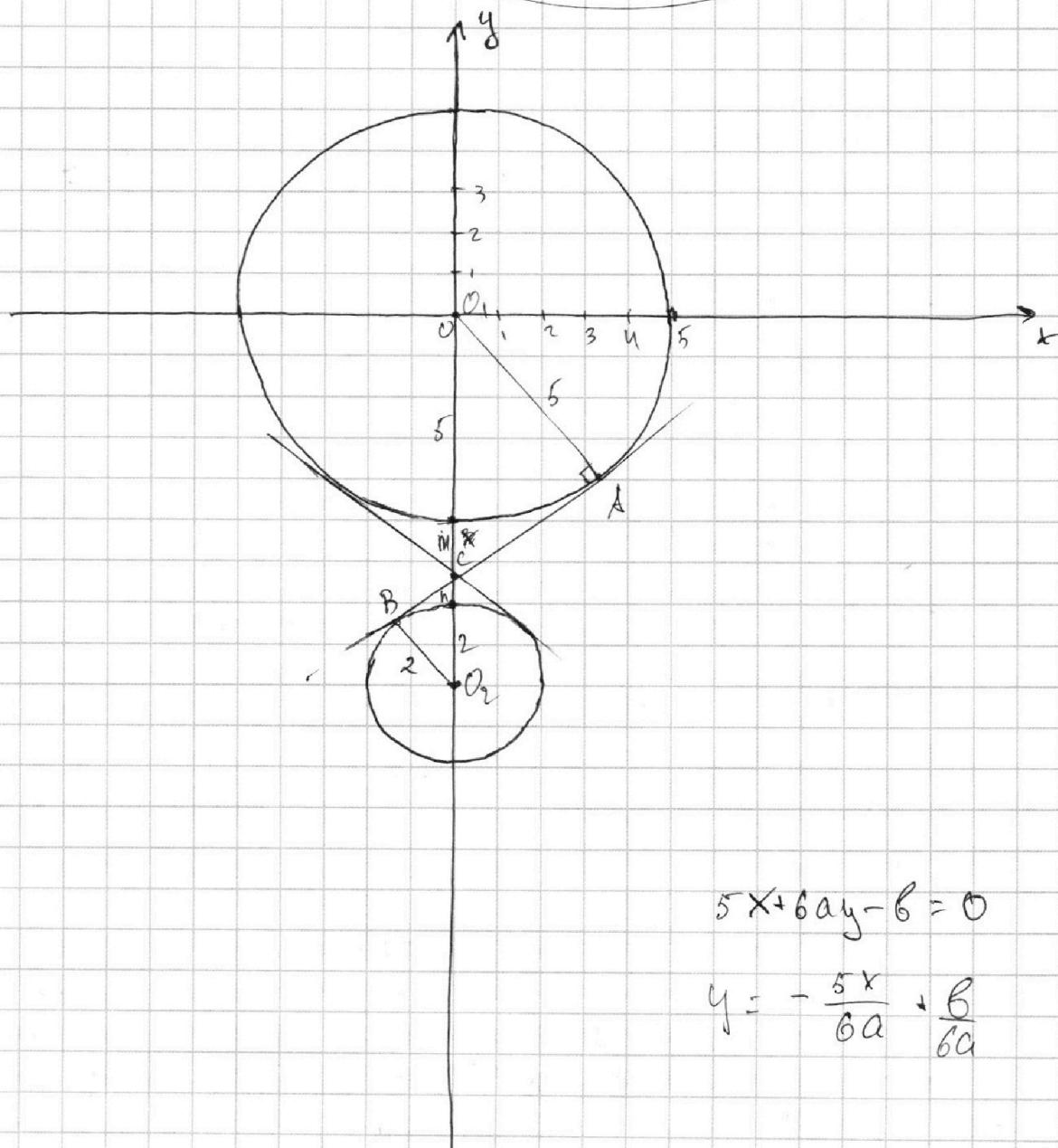
МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4.

$$\begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25) \cdot (x^2 + y^2 + 18y + 82) = 0 \\ x^2 + y^2 = 5^2 \quad x^2 + (y+9)^2 = 2^2 \end{cases}$$

Графически ур-я
явн. две окр-ти



$$5x + 6ay - 6 = 0$$

$$y = -\frac{5x}{6a} + \frac{6}{6a}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x + 6ax - b = 0 \text{ — ур.-е прямой.}$$

Чрекция буде ~~тогда~~ если прямая
пересекает каждую из осей ои-гей два раза.

Если $a=0$:

$$5x = b$$

$$x = \frac{b}{5}$$

~~такое быво~~

Система имеет чреки. \Leftrightarrow

$$\begin{cases} \frac{b}{5} < 2 \\ \frac{b}{5} > -2 \end{cases} \Rightarrow$$

\Rightarrow такое b находитсѧ

$a=0$ подходит

Если $a \neq 0$:

$$y = -\frac{5x}{8a} + \frac{b}{8a}$$

Ей пар-р a задает ур-е корп. прямой, а

пар-р b отвечает за ее параллельность

оси OY .

Заметим, что если нужно ур-е корп.

при которых не при искомы b не будет
касания с ~~одной~~ обеими окружностями.

Найдем a , при к-х возможное такое касание.

Из рис. на графике: $\Delta CAO \sim \Delta CBO_2$ (по 3-м ушам) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{5+m}{8+n} \quad \text{и} \quad 5+m+n+2=9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решая систему, получим

$$m+n=2 \quad m=2-n$$

$$\lambda Q + 5n = \lambda Q + 2m$$

$$5n = 2(2-n) = 4 - 2n$$

$$7n = 4$$

$$\cancel{\frac{n}{7}} = \cancel{\frac{4}{7}}$$

$$n = \frac{4}{7}$$

$$m = 2 - \frac{4}{7} = \frac{10}{7}$$

$$\text{Тогда } \angle \sin \angle OCA = \frac{5}{5+4} = \frac{5}{9} = \frac{\sqrt{45}}{9} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Также на концах касательных при этом решена?

$$\begin{aligned} \text{10} \\ \frac{81}{32} \\ \text{11} \\ \frac{49}{32} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \operatorname{tg}(90^\circ - \angle OCA) &= \sqrt{\frac{1}{\cos^2(90^\circ - \angle OCA)} - 1} = \sqrt{\frac{81}{49} - 1} = \\ &= \sqrt{\frac{81-49}{49}} = \sqrt{\frac{32}{49}} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \end{aligned}$$

Поскольку случаю из со второго касательного
абсолютно единственного от-то OY , то
может означать, что 4 решения будут возможны
при

$$\begin{cases} -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \\ -\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \\ \frac{1}{a} < -\frac{24\sqrt{2}}{35} \\ \frac{1}{a} > \frac{24\sqrt{2}}{35} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{a} > \frac{24\sqrt{2}}{35} \\ -\frac{1}{a} < -\frac{24\sqrt{2}}{35} \end{cases} \quad \begin{cases} a > -\frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a < \frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a > 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

Считаем $a=0$
имеем
ответ: $a \in (-\frac{35}{24\sqrt{2}}, \frac{35}{24\sqrt{2}})$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5 \\ \log_{11}^4 \left(\frac{4}{2} \right) + \log_{11} (11) = \log_{\frac{11}{2}} \left(11^{-15} \right) - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - \frac{3 \cdot 6}{3 \cdot \log_{11} x} = - \frac{2}{3 \log_{11} x} - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^4 \left(\frac{4}{2} \right) + \log_{\frac{11}{2}} \left(11 \right) \frac{3}{3 \log_{11} \left(\frac{4}{2} \right)} = - \frac{13}{3 \log_{11} \left(\frac{4}{2} \right)} - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^4 (x) - \frac{16}{3 \log_{11} x} + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^4 \left(\frac{4}{2} \right) + \frac{16}{3 \log_{11} \left(\frac{4}{2} \right)} + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \log_{11}^5 (x) + 15 \log_{11} x - 16 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \log_{11}^5 \left(\frac{4}{2} \right) + 15 \log_{11} \left(\frac{4}{2} \right) + 16 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Заметим, что $f(t) = 3 \log_{11}^5 (t) + 15 \log_{11} t$. 1

Нед-ко: $f'(t) = 15 \cdot \log_{11}^4 t \cdot \frac{1}{t \cdot \ln 11} + \frac{15}{t \cdot \ln 11} > 0$ (при $t > 0$)

Значит ур-я (1) и (2) имеют ~~одно~~ровное
~~одно~~ однозначное решение, т.к.
общее значение $f(t) \in (-\infty; \infty)$
находится суммой (1) и (2):

$$3 \log_{11}^5 (x) + 3 \log_{11}^5 \left(\frac{4}{2} \right) + 3 \log_{11} x + 3 \log_{11} \left(\frac{4}{2} \right) = 0 \quad (3)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a^5 + b^5 &= (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) = \\ &= a^5 - a^4b - a^3b^2 + a^2b^3 - ab^4 + b^5 \end{aligned}$$

$$(log_{11}x + log_{11}\frac{y}{2}) (log_{11}^4x - log_{11}^3x \cdot log_{11}\frac{y}{2} + log_{11}^2x \cdot log_{11}^2\frac{y}{2} - log_{11}x \cdot log_{11}\frac{y}{2} + log_{11}^4\frac{y}{2} + 5) = 0$$

Значит, что если $f(t_1) > 0$, то $t_1 > 1$

, а если $f(t_2) < 0$, то $t_2 < 1$,

т.е. $f(t) \neq 0$ и $f(1) = 0$

Но тогда x , удовл (1) $x > 1$ и $log_{11}x > 0$,

а y удовл (2) $0 < y < 1$ и $log_{11}\frac{y}{2} < 0$, т.е.

Но тогда:

$$\underbrace{log_{11}^4x - log_{11}^3x \cdot log_{11}\frac{y}{2}}_{>0} + \underbrace{log_{11}^2x \cdot log_{11}^2\frac{y}{2}}_{>0} - \underbrace{log_{11}x \cdot log_{11}^3\frac{y}{2}}_{>0} + \underbrace{log_{11}^4\frac{y}{2} + 5}_{>0} = 0$$

не имеет решений.

Всего знаем $log_{11}x + log_{11}\frac{y}{2} = 0 \Rightarrow$

$$\cancel{x} \Rightarrow \frac{xy}{2} = 1 \Rightarrow xy = 2$$

В силу существования и единственности

решения ур-й (1) и (2), а также в силу
необходимости ~~решения~~ существования решения
у ур-я (3), получается, что пр-е $xy = 2$

единственное возможное.

Distr = 2.



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6.

$$6(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 48$$

$$y_0 \in 6 \quad k(x_2 - x_1) = y_2 - y_1$$

$$(6+k)(x_2 - x_1) = 48$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

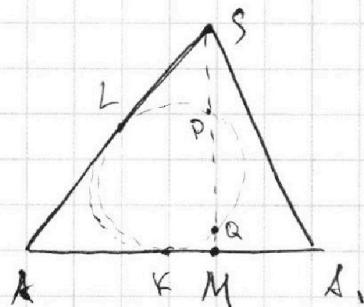
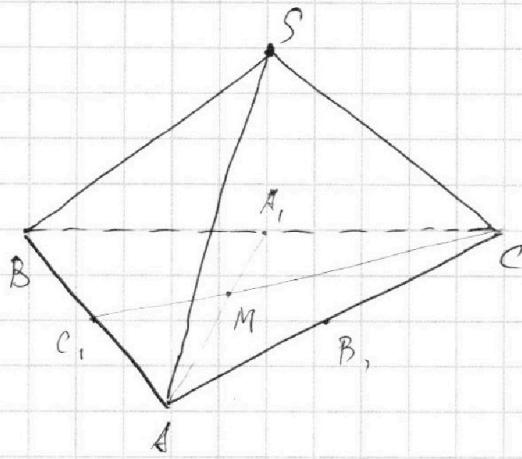
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 7





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

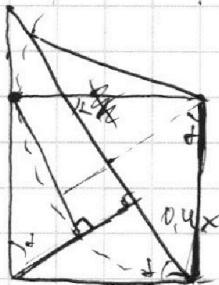
5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

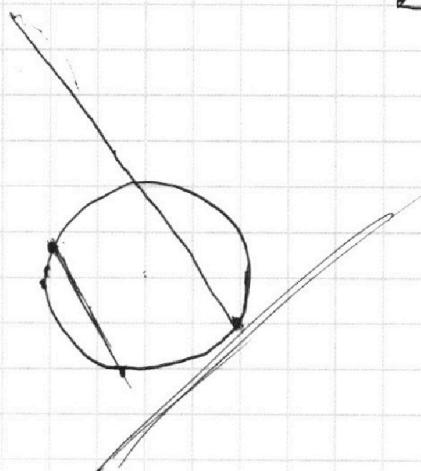
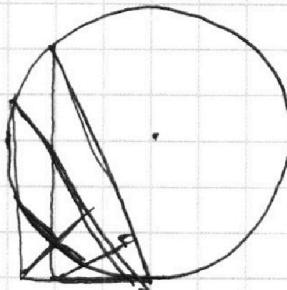


$$\frac{K}{0,4x} = \frac{x}{K}$$

$$\therefore K^2 = 0,4x^2$$

$$K = x\sqrt{0,4}$$

$$\text{fgr} = 0,4x = \frac{\sqrt{0,4}}{0,4} = \frac{1}{\sqrt{0,4}} = \\ = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{10}}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1