



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 14

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем t могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на t ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже мотоциклиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$ac: 3^{23} \cdot 7^{42}$$

$$bc: 3^{19} \cdot 7^{17}$$

Пусть степень вхождения $3^6, 6'' = A$

$$3^6, 6'' = B$$

$$3^6, C = C$$

$$\begin{cases} A + B \geq 14 \\ A + C \geq 23 \\ B + C \geq 19 \end{cases} \Rightarrow 2(A + B + C) \geq 56 \Rightarrow A + B + C \geq 28 \Rightarrow A \geq 9, B \geq 5, C \geq 14.$$

Значит мин степень вхождения $3^6, abc \geq 98$.

У 7 лице степень вхождения 42, т.к. ~~abc~~ $\neq abc$
 $abc: ac \Rightarrow$ если $ac: 7^{42} \Rightarrow abc: 7^{42}$

Пример. $\alpha = 3^3 \cdot 7^{13}$ $\beta = 3^6 \cdot 3^{14} \cdot 7^{13}$
 $\beta = 3^5$ $\Rightarrow ac: 3^{23} \cdot 7^{42}$ $\Rightarrow abc: 3^{28} \cdot 7^{42}$
 $\gamma = 3^{14} \cdot 7^{23}$ $\Rightarrow bc: 3^{19} \cdot 7^{29} \cdot 13 \Rightarrow 3^{19} \cdot 7^{17} \cdot 12$
 \downarrow
 $abc \geq 3^3 \cdot 7^{42}$

Ответ: $3^{28} \cdot 7^{42}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2 - ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$$

Пусть эта дробь сократим
на какой-то простой числ-

тель p . Тогда $a+b:p$

$$(a+b)^2 : p = 11ab : p$$

$$(a+b)^2 : p \Rightarrow 11ab : p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{11ab}{(a+b)^2} : p$$

, следовательно $p \neq 11$, то пусть без ограничения общности $a:p$ и $b:p$ $\Rightarrow b:p$, но тогда

$(a,b) = p$, то следуют $\frac{a}{b}$ -сокращение. Значит

$a:p$ и $b:p \Rightarrow 11:p$, но 11 простое $\Rightarrow p=11$.

Значит единственное число, на которое сокра-
тила исходная дробь это 11. $\Rightarrow m=11$

Пример. $a=5$ $b=6$, $(a,b)=1$. $a+b=11$

$$(a+b)^2 - 11ab = 121 - 330 = -209 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a^2 - ab + b^2} = \frac{11}{-209} = \boxed{-\frac{1}{19}}$$

Ответ: при $m=11$, пример.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \text{Решение: } \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 8x + 1} = 5 - 6x \\ & a = \sqrt{3x^2 - 5x + 6}, \quad b = \sqrt{3x^2 + 8x + 1} \\ & a - b = \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 8x + 1} = 5 - 6x \\ & (a - b)(a + b) = 0 \\ & 1) a - b = 0 \\ & \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + 8x + 1} \\ & 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + 8x + 1 \\ & 5 = 6x \\ & x = \frac{5}{6} \\ & 2) a + b = 0 \\ & \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + 8x + 1} = 5 - 6x \\ & 9 \\ & \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 8x + 1} = 5 - 6x \\ & 2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x \\ & \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x \\ & 3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2 \\ & 3x^2 - 5x + 6 = 9x^2 - 18x + 9 \\ & 6x^2 - 13x + 3 = 0 \\ & D = 169 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 169 - 72 = 97 \\ & x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12} \\ & \text{Одн. кор.: } X = \left(\frac{13 + \sqrt{97}}{12}, \frac{5}{6} \right) \end{aligned}$$



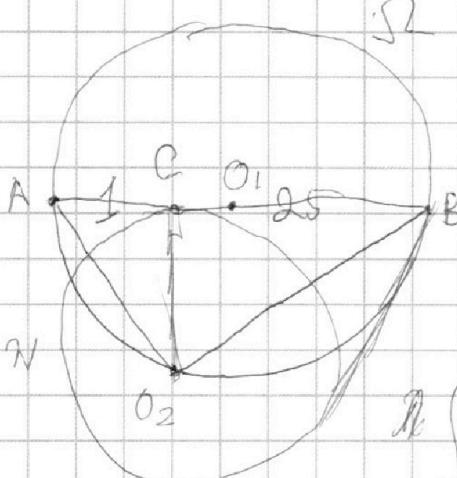
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{O_2} = \frac{AB}{2} = \frac{13+5}{2} = 9$$

$O_2C \perp AB$ радиус к ~~касательной~~ касательной

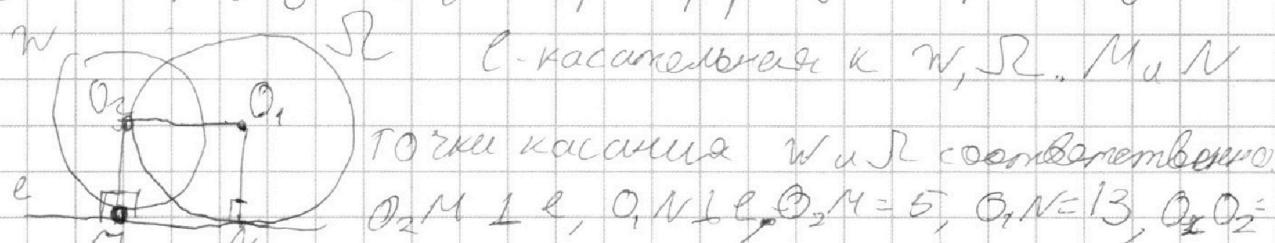
$\angle A O_2 B = 90^\circ \Rightarrow$ угол, описанный
на диаметре.

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{O_2}^2 + B O_2^2 = 9^2 = 81 \\ A O_2^2 + B O_2^2 = 13^2 = 169 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A O_2^2 - 1 = B O_2^2 - 81 \\ A O_2^2 + 624 = B O_2^2 \end{array} \right.$$

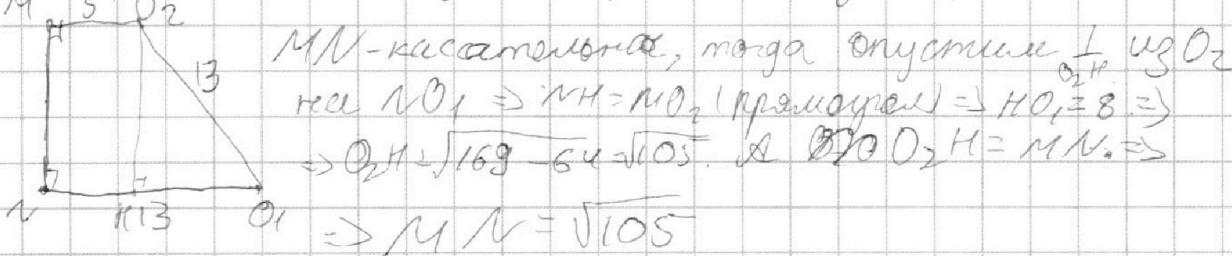
$$\Rightarrow 2A O_2^2 + 624 = 169 \Rightarrow 2A O_2^2 = 169 - 624 = 455 \Rightarrow A O_2^2 = 227.5 \Rightarrow A O_2 = \sqrt{227.5}$$

$$\Rightarrow B O_2^2 = 650 \Rightarrow B O_2 = \sqrt{650} = 5\sqrt{26}.$$

Тогда $R_N = CO_2 = A O_2^2 - 1 = \sqrt{227.5} - 1 = \sqrt{226} = 5\sqrt{26}$. Значит мы
знаем радиусы двух окр. Перерисуем картинку.



$= R_{O_2} = 5$. Тогда получаем равнобокую трапецию



MN -касательная, тогда опустим \perp из O_2 на $NH \Rightarrow NO_2 = MO_2$ (прямая) $\Rightarrow NO_2 = 8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow O_2H = \sqrt{169 - 64} = \sqrt{105}. \text{ А } O_2O_2H = MN \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{105}$$

Ответ: $\sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 5x - y &= 3z & \frac{15}{2} \cdot \frac{8}{x} - \frac{1}{y} & 15x - 8z = \frac{1}{y} & y &= 2x \\ 5x - 3z &= y & & & & \frac{15x - 8z}{15x - 8z} \end{aligned}$$

$$(5x - 3z)(15x - 8y) = D x z$$

$$75x^2 - 40xy - 45xz + 624yz^2 = Dxz = 0$$

$$75x^2 - 86xy - 624yz^2 = 0 \quad \frac{x^2}{z^2} = 0$$

$$75a^2 - 86a + 24 = 0$$

$$D = 86^2 - 25 \cdot 28 \cdot 4 = 196$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{86 \pm 14}{150} \quad \alpha_1 = \frac{2}{3} \quad \alpha_2 = \frac{32}{150} = \frac{36}{85} = \frac{12}{25}$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{2}{3} \quad \frac{12}{25} = \frac{x}{z}$$

$$1) 3x = 2z$$

$$2) 25x^2 = 12z^2$$

$$1) z = \frac{3x}{2} \Rightarrow \frac{15}{2} = \frac{10}{x}$$

$$2) z = \frac{25x}{12} \quad 12z = 25x$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{10}{x}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15-12}{25x}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{36}{5x}$$

$$2y = x \Rightarrow 6y = 2x \Rightarrow 3y = x$$

$$\cancel{\frac{4}{5x}} \frac{1}{y} = \frac{4}{5x} \Rightarrow 5x = 4y$$

$$25x^2 = 100y^2$$

$$x^2 = 9y^2$$

$$3z^2 = 27y^2$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 - 3z^2} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{90}{28} = \frac{45}{14} \cancel{\left(\frac{3}{14}\right)}$$

$$12x = 25z = -20y$$

$$z = \frac{5y}{3}$$

$$\frac{16y^2 - y^2 + \frac{25y^2}{9}}{y^2 + \frac{25y^2}{9}} =$$

$$= \frac{15 + \frac{25}{9}}{\frac{16+25}{9}} = \frac{135+225}{9} \cdot \frac{9}{28} =$$

$$= \frac{160 \cdot 3}{9 \cdot 28} = \frac{40}{3 \cdot 7} = \frac{40}{21} = \frac{119}{21}$$

Ответ: $1 \frac{19}{21}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть s - расстояние между А и В.

x - скорость автомобилиста

y - скорость велосипедиста

$$\frac{s}{x} + 1 = \frac{s}{y}$$

~~$\frac{s}{x} + \frac{s}{y} = 1$~~

$$\frac{s}{y} - \frac{s}{x} = 1$$

$$s(x-y) = xy$$

$$s = \frac{xy}{x-y}$$

$$\begin{array}{r} 2352 \\ \times 56 \\ \hline 132 \\ 35 \\ -32 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 7 \\ \hline 392 \\ 5 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 6 \\ \hline 294 \\ 35 \\ -35 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 392 \\ \times 6 \\ \hline 2352 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 490 \\ \times 294 \\ \hline 29614 \\ -1649 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\frac{S}{x} + 0,6 = \frac{S}{y}$$

$$\frac{xy \cdot y}{(x-y)x} + 49 = \frac{xy \cdot x}{(x-y)y}$$

$$\frac{y^2}{x-y} + 49 = \frac{x^2}{x-y}$$

$$49 = \frac{(x-y)(x+6y)}{(x-y)}$$

$$49 = x+6y \quad y = 49-x$$

$$\frac{xy}{(x+6y)(x-y)} + 0,6 = \frac{xy}{(x-y)(y+6)}$$

$$\frac{(49-x)x}{(x+6)(2x-49)} + 0,6 = \frac{(49-x)x}{(2x-49)(56-x)}$$

$$\frac{(49-x)x(x+6) - (49-x)x(56-x)}{(x+6)(2x-49)(56-x)} = 0,6$$

$$\frac{(49-x)x(x+6-56+x)}{(x+6)(2x-49)(56-x)} = 0,6$$

$$s = \frac{xy}{x-y} = \frac{28 \cdot 21}{7} = 84$$

Ответ: 84 км

$$\frac{(49-x)x(2x-49)}{(x+6)(2x-49)(56-x)} = 0,6$$

$$49x - x^2 = (56x - x^2 + 392 - 8x) 0,6 / 1,10$$

$$490x - 10x^2 = 294x - 6x^2 + 2352$$

$$4x^2 - 136x + 2352 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 34x + 588 = 0$$

$$D = 49. \quad x_{1,2} = \frac{49 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 28 \Rightarrow y_1 = 21 \quad \text{т.к. скоростное}$$

$$x_2 = 21 \Rightarrow y_2 = 28 \quad \text{велосипедист}$$

$$x = 28 \quad y = 21$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

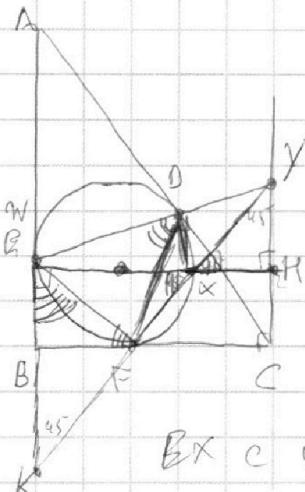
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$XY = a$$

$$BK = \sqrt{2}a$$

Доведем до пересечения FX и BE. $AB \perp BC$, $CY \perp BC$.

Значит $CY \parallel BK$. $\Rightarrow BK \parallel BC$, т.к. $BK \perp$

с линией диаметра W . Доведем до пересечения

$BX \subset CY$. $\Rightarrow \angle BDF = \angle EXF = \angle EFB$ (кас. и \angle сопр.) $\Rightarrow \angle FEB$ (кас. и \angle сопр.)

$\Rightarrow FB \perp AB \Rightarrow \angle BEF = 45^\circ \Rightarrow \angle EHY = \angle EKV - \angle EKX - \angle PEH$.

$\triangle AED \sim \triangle CED \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$. $\Rightarrow YX = a \Rightarrow XH = \frac{\sqrt{2}a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow RH = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

■ $\triangle EDX \sim \triangle EHY$. ($\angle E$ общ., а $\angle EHY = 30^\circ$)

$$\frac{ED}{EH} = \frac{EX}{EH} = \frac{DX}{HY}$$

$$\frac{ED}{\frac{a}{\sqrt{2}} + \frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}a}{a} = \frac{DX}{\frac{a}{\sqrt{2}}}$$

$$ED \cdot EY = 3a^2$$

$$EY = \sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{2}} = a\sqrt{\frac{5}{2}} = a\sqrt{5} \Rightarrow ED = \frac{3a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$$DY = EY - ED = a\sqrt{5} - a\frac{3}{\sqrt{5}} = a\sqrt{5} - \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{ED}{DY} = \frac{3a}{\sqrt{5}} : \frac{2a}{\sqrt{5}} = 1,5 \Rightarrow \boxed{\frac{AD}{DC} = 1,5} \quad \text{Ответ: } 1,5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{56} \cdot 7^{22}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 7 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$abc = 28.$$

$$\begin{array}{l} a=5 \\ a=9 \\ b=5 \\ c=14 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} abc = 13^6 \\ abc = 13 \\ abc = 17 \\ abc = 42 \end{array}$$

$$abc$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 7 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$abc = 19$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 7 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$abc = 23$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$b=5$$

$$b=18$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 6x + 1} = 5 - 6x$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 6 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$a-b = a^2 - b^2$$

$$(a-b)(a+b)(a+b)$$

$$(a-b)(a+b)=0$$

$$a-b = (a-b)(a+b) = 0$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + 6x + 1}$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + 6x + 1$$

$$5 = 6x$$

$$3x^2 + 6x + 1 > 0$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ 6 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$3x^2 + 6x + 1 > 0$$

$$a+b = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + 6x + 1} = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 6x + 1} = 5 - 6x$$

$$abc = 1$$

$$11ab = 1 \rightarrow ab = 1$$

$$ab = 1$$

$$d = 11$$

$$5 + 6$$

$$25 - 260636$$

$$\begin{array}{r} 330 \\ -121 \\ \hline 209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 209 \\ 11 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 9x^2 - 18x + 9$$

$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$D = 169 - 72 = 97$$

$$4 \cdot 6 \cdot 3 =$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 28 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 67 \\ -169 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ -99 \\ \hline 99 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 209 \\ 67 \\ \hline 209 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

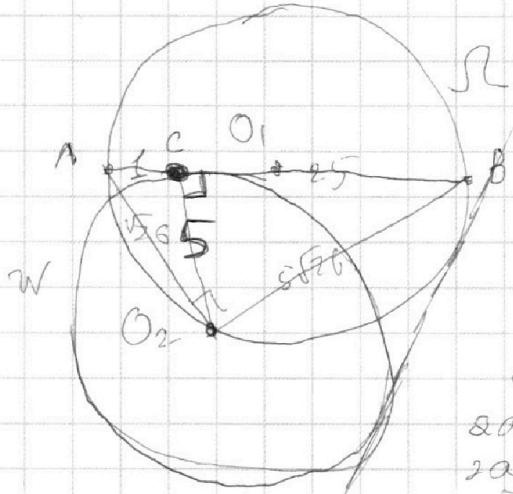
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{O_2} = 13$$

SL

$$\angle O_2 = \alpha$$

$$\angle B = \beta$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 62^2$$

$$\alpha^2 - 1 = \beta^2 - 26$$

$$\alpha^2 - 1 = \beta^2 - 26$$

$$\alpha^2 = \beta^2 + 25$$

$$2\alpha^2 = 52$$

$$\alpha^2 = 26$$

$$\alpha = \sqrt{26}$$

$$B = \sqrt{650} = 5\sqrt{26}$$

$$R_{O_2} = 5$$

$$\begin{array}{r} 650 \\ \times 25 \\ \hline 3250 \\ 50 \quad 26 \\ \hline 150 \\ 150 \quad 26 \\ \hline 26 \\ 26 \quad 26 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 26 \\ \hline 158 \\ 72 \quad 26 \\ \hline 36 \end{array}$$

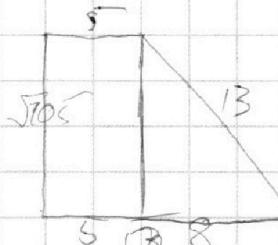
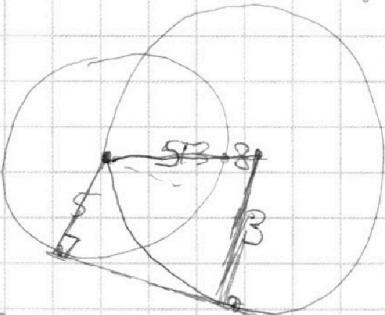
$$\frac{8y\beta x}{xy} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{8y^2}{x} = 15$$

$$\frac{8y^2}{5x} = \frac{8z}{y} = 15$$

$$\frac{40z}{320y} = \frac{5}{y} = 15$$

$$169 - 64 = 105$$



$$5x - y = 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{2}$$

$$5x = 3z + y$$

$$\frac{(3z+y)^2 - y^2 - z^2}{y^2 z^2} = \frac{8z^2 + 6zy}{y^2 z^2} =$$

$$\frac{56zy}{3} + 40y^2 = \frac{50z}{3} =$$

$$\frac{4zy + 16y^2}{4zy + 16y^2} = \frac{50z}{12z + 16y} =$$

$$\frac{25z^2 - y^2 - z^2}{y^2 z^2} \rightarrow \min$$

$$40zy + 3z^2 + 2y = 452y + 15y^2$$

$$3z^2 = 4zy + 15y^2$$

$$\frac{3zy}{3} + 40y^2 = 8z^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x - 3z = y$$

$$\frac{1}{y} = \frac{15}{2} - \frac{8}{2x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{15x - 8z}{2x}$$

$$y = \frac{2x}{15x - 8z}$$

$$14z = 15x \quad z = \frac{15x}{14}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{14}{x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{6}{x}$$

$$x = 6y$$

$$14z = 15x$$

$$36y^2 - 9y^3 - \frac{2025y^2}{49} =$$

$$5x - y = 3z$$

$$15x - 3y = 9z$$

$$14z - 3y = 9z$$

$$5z = 3y$$

$$7z = 45y$$

$$z = \frac{15x}{7}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{x}$$

$$\frac{1}{y} = -\frac{1}{x}$$

$$y = -x$$

$$y = -\frac{15x}{7}$$

$$\frac{2x}{15x - 8z} = 5x - 3z$$

$$2x(15x - 8z)(5x - 3z) = 25x^2 - 85x^2 + 2624z^2$$

$$75x^2 - 86x^2 + 2624z^2 = 0 \quad (1)$$

$$75a^2 - 86a + 24 = 0$$

$$D = 86^2 - 4 \cdot 75 \cdot 24 = 4$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 75 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 880 \\ 672 \\ \hline 2080 \end{array} \quad D = 296 = 16^2$$

$$296 = 74$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ \times 188 \\ \hline 560 \\ 144 \\ \hline 1300 \end{array} \quad \begin{array}{r} 102 \\ \times 152 \\ \hline 102 \\ 152 \\ \hline 154 \end{array}$$

$$102 \cdot 152 = 154 \cdot 152 = 154^2 = 23716$$

$$92^2 - 62^2 = 64^2 - 4^2 = 40000 - 1600 = 38400$$

$$= 82^2 \cdot 62^2 = 512^2 = 262144$$

$$92^2 - 62^2 = 64^2 - 4^2 = 40000 - 1600 = 38400$$

$$= 82^2 \cdot 62^2 = 512^2 = 262144$$

$$8y \quad \begin{array}{r} s^2 \\ \times \end{array}$$

$$s^2 - 649 = s - x$$

$$s^2 - 649 = s^2 - 2sx + x^2$$

$$649 - 49x = x - 2sx$$

$$s^2 - 649 = s - x$$

$$\frac{4}{3y} \cdot \frac{1}{y} = \frac{8}{3y}$$

$$2025y^2 = 1715$$

$$49 = 1715 - 2025y^2$$

$$6x = 3z \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times \end{array}$$

$$2x = z \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times \end{array}$$

$$\frac{15}{2}x = z \quad \begin{array}{r} 15 \\ \times \end{array}$$

$$3x + 0.6 = \frac{3}{9+7}$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

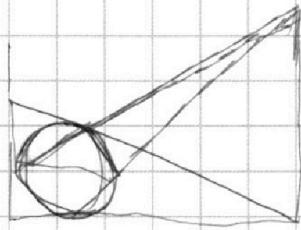
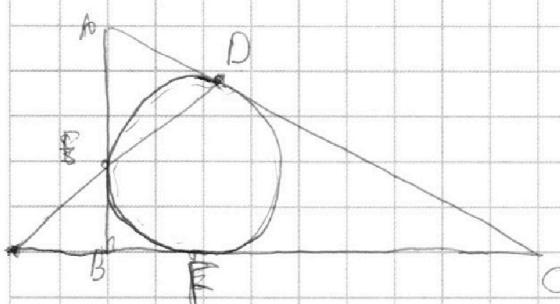
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 816 \\ \hline 816 \\ 816 \\ \hline 516 \\ \hline 088 \\ \hline 7396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 24 \\ \hline 300 \\ 150 \\ \hline 1800 \\ 7396 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25x - y - z \\ \hline y^2 + 3z^2 \end{array} \rightarrow \text{min}$$

$$\begin{array}{r} 5x - y = 3z \\ \hline y^2 + 3z^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times \frac{1}{x} \\ \hline y^2 + 15 \\ \hline x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2y = x \\ 4y^2 = x^2 \\ 3x = 2z = 6y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100y^2 - y^2 - 9y^2 \\ \hline y^2 + 8y^2 \end{array} = \frac{83y^2}{58y^2} = \frac{83}{58} = \frac{20}{18}$$

AM SHADE $\angle CDY$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{CY} \Rightarrow \frac{DE}{DY}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7396 \\ - 6200 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$D = 196$$

$$\begin{array}{r} 86 \pm 14 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \hline 72 \\ \times 2 \\ \hline 144 \\ 144 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$90 - 52 = 0$$

$$d = 18$$

$$3x = 2z$$

$$\begin{array}{r} 2 = 3x \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5x - 3y = y \\ \hline 15x - 8y = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} xz \\ \hline 15x - 8y \end{array} = y$$

$$\begin{array}{r} xz \\ \hline 15x - 8y \end{array} = 5x - 3y$$

$$\begin{array}{r} xz = 75x^2 - 45xy - 40xz + 24yz \\ \hline 2 \\ 75x - 86xz + 24yz = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75x \\ \hline z^2 \\ - 86x \\ \hline x^2 \end{array}$$

$$x^2 = 86 - 75 \cdot 24 \cdot \frac{x}{z} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

