



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведенную к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 2^{a_1} 3^{a_2} 5^{a_3}$$

$$b = 2^{b_1} 3^{b_2} 5^{b_3} \Rightarrow$$

$$c = 2^{c_1} 3^{c_2} 5^{c_3}$$

$$a_2 + b_2 \geq 11$$

$$a_1 + c_1 \geq 14$$

$$b_2 + c_2 \geq 15$$

$$\Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq \frac{43}{2} \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 22 \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 22$$

$$\Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 22$$

$$\text{т.к. } a_2 + b_2 + c_2 \geq 22 \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 22 \Rightarrow \min a_2 + b_2 + c_2 = 22$$

$$\text{Пример на } abc = 2^{17} 3^{22} 5^{43} : c = 2^{10} 3^{10} 5^{20}$$

$$a = 2^4 3^7 5^{23} \quad b = 2^3 3^5 5^{23} \quad - \text{ да}$$

Пояснение (1) - $a_1 + b_1$ - степени двойки в a и b

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

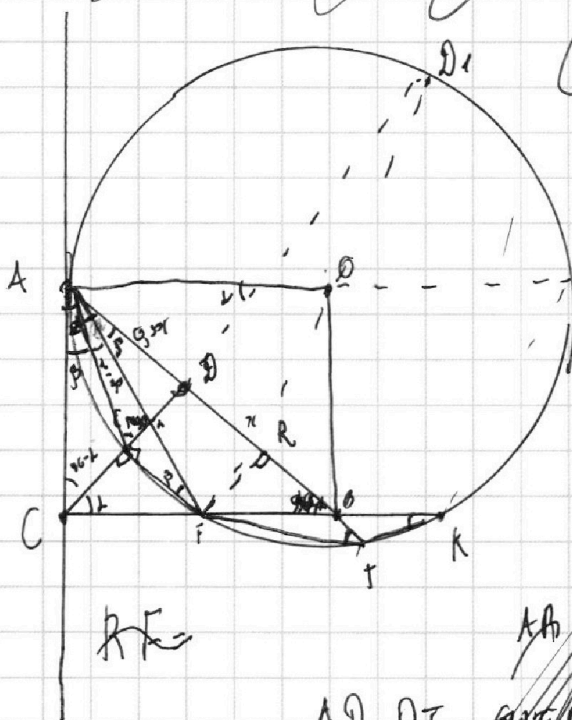
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{CB}$$

$$CE = FB \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{FB \cdot CB}{AB}$$

$$\frac{FB}{AB} \cdot \frac{CB}{AB}$$



$$\frac{CE}{CB} = \frac{CF}{CB}$$

$$CD = \tan \alpha \cdot 0,3x = \tan 90^\circ \cdot 0,3x$$

$$CE = 0,3x (\tan \alpha - \tan 90^\circ)$$

$$AB \cdot BF = FB \cdot BK$$

$$AD \cdot DT = CE \cdot CD$$

$$CA^2 = CE \cdot CK$$

$$0,3 \tan \alpha = \tan 90^\circ$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{10}{3}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

$$\frac{CF + FB}{AC} = \frac{CD}{AD}$$

$$FB = \frac{CD \cdot AC - CE \cdot AD}{AD}$$

$$\frac{EF}{CD} = \frac{EF}{CD}$$

$$\frac{2x}{AE} = \frac{AF}{ED}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle CAE = \angle EFA = \angle B \text{ (м.к. } CA - \text{кас, а } \angle EFA \text{ центр } AE)$$

$$\angle CAB = 2 \Rightarrow \angle PDCB; \angle ABF = \angle CFE \text{ как } x = 90 - 2; \angle DEF = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle EAF = 2 - 2\beta = \angle FAT = \angle B$$

$$CD = \tan 42^\circ \cdot 0,3x = \tan 42^\circ \cdot x \Rightarrow \tan 42^\circ = \sqrt{\frac{10}{3}} \Rightarrow CF = \frac{AC}{AD} \cdot ED(1)$$

$$\triangle AED \sim \triangle AFC \text{ по 2-м } \angle \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{CF}{ED} = \frac{AC}{AD} = k_1$$

$$\triangle AFB \sim \triangle AEC \text{ по 2-м } \angle \Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{FB}{CE} = \frac{AB}{AC} = k_2$$

$$k_1 = k_2 \Rightarrow AC^2 = AB \cdot AB = 0,39x^2$$

$$AC = \sqrt{0,39} x \Rightarrow BC = \tan 42^\circ AC = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{0,39} x$$

$$CD = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \cdot 0,3x; \triangle CEF \sim \triangle CDB \text{ (} EF \parallel DB) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{CF}{DB} = \frac{EF}{BC} \quad \angle EFC = \angle DCB$$

$$\frac{CF}{CE} = \frac{BC}{CD} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{ED}{CE} = \frac{AD}{AC} \cdot \frac{BC}{CD} = \frac{0,3 \cdot \sqrt{\frac{10}{3}} \cdot \sqrt{0,39}}{\sqrt{0,39} \cdot \sqrt{\frac{10}{3}} \cdot 0,3} x$$

$$ED + EC = CD \quad = 1 \Rightarrow ED = CE$$

$$ED = \sqrt{\frac{3}{10}} x - EC$$

$$\triangle ADC \sim \triangle CEF \quad EF = \frac{\sqrt{\frac{10}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot x}{2} \quad \text{и} \quad CE = \frac{\sqrt{\frac{3}{10}} x}{2}$$

$$\frac{S_{ADC}}{S_{CEF}} = k^2 = \frac{10}{3} \cdot 0,3^2 = \frac{6}{5} = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

Ответ $\frac{6}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1/3

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arccos(a) \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{3}{2}\pi + x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-4\pi \leq x \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3}{2}\pi + x$$

$$5 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3}{2}\pi + x$$

I случай $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 5 \cdot \frac{\pi}{2} - 5x = \frac{3}{2}\pi + x \Rightarrow -\frac{\pi}{6} - 4x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{\pi}{2}$

II случай $\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{3}{2}\pi \Rightarrow 5(\frac{\pi}{2} - x - \pi) = \frac{3}{2}\pi + x \Rightarrow x = -\frac{2\pi}{3} - 4x$

III случай $\frac{3}{2}\pi \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{5}{2}\pi \Rightarrow 5(-x - \frac{3}{2}\pi) = \frac{3}{2}\pi + x \Rightarrow x = -\frac{3}{2}\pi - 4x$

IV случай $\frac{5}{2}\pi \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{7}{2}\pi \Rightarrow 5(-x - \frac{5}{2}\pi) = \frac{3}{2}\pi + x \Rightarrow x = -\frac{14\pi}{6} - 4x$

V случай $\frac{7}{2}\pi \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{9}{2}\pi \Rightarrow 5(-x - \frac{7}{2}\pi) = \frac{3}{2}\pi + x \Rightarrow x = -\frac{19\pi}{6} - 4x$

Ответ $x \in \{-\frac{\pi}{6}; -\frac{3}{2}\pi; -\frac{2}{3}\pi; -\frac{14}{3}\pi; -\frac{19}{6}\pi\}$

1,3
0,3
0,3

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

14

$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ (x^2+14x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=9 \quad w_1 \\ (x^2+14x+y^2+45)=0 \quad w_2 \end{cases}$$

3a - 6 коэф наклона прв

(D - м. касодущий кас. окр, L - кас. прв, K - м. пересек. D и L (всего у прямой окр не более 4-х м. пересек.))

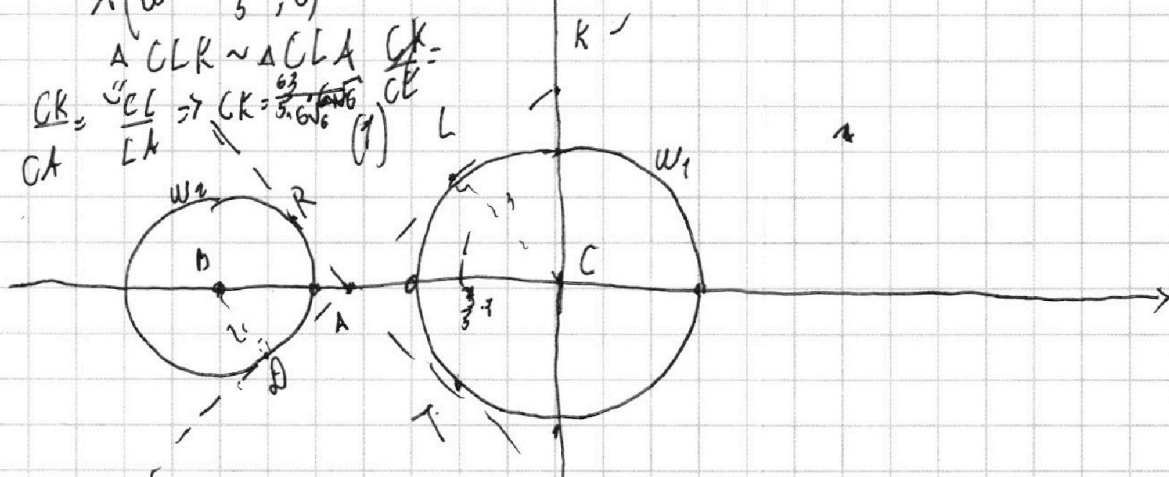
$\Delta BDA \sim \Delta CLA (CL, BD \perp DL)$

$BD=2, CL=3 \Rightarrow CB=4 \Rightarrow$
 $CA = \frac{21}{5} \quad BA = \frac{14}{5} \Rightarrow LA = \sqrt{\left(\frac{21}{5}\right)^2 - 3^2}$

$0 \Rightarrow a_1, a_2$ - реш-ва
 меньше 3-х нулей

$\rightarrow$ окр кас к 2-м $a=a_2$
 окр

$A(a' - \frac{21}{5}; 0)$
 $\Delta CLR \sim \Delta CLA \quad \frac{CR}{CL} = \frac{CA}{LA}$
 $\frac{CR}{CA} = \frac{CL}{LA} \Rightarrow CR = \frac{CL \cdot CA}{LA} = \frac{3 \cdot \frac{21}{5}}{\frac{14}{5}} = \frac{9}{2}$



$\rightarrow$ окр кас к 2-м окр $a=a_1$

пусть $x+3ay-7b$ - кас-ая
 $g(x) = x^2+y^2=9$ и
 $h(x) = (x+14)^2+y^2=25$

если $a \leq a_1$ то решение
 а меньше точек пересек
 с 2-м окр меньше 3-
 нулей

уравнение кас к прв $f(x)$:

$y = (x-x_0)f'(x_0) + f(x_0)$

$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{9-x^2}} \cdot 2x$

$y = \sqrt{9-x^2} = g(x)$
 $y = \sqrt{25-(x+14)^2} = h(x)$
 $h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{25-(x+14)^2}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

из (1) ур-ние прямой DLK : $y = -\frac{1}{\sqrt{6}}x + \frac{21}{5\sqrt{6}}$ или $x = \sqrt{6}y - \frac{21}{5}$

аналогич ур-ние прямой $ATAR$: $y = -\frac{1}{\sqrt{6}}x - \frac{21}{5\sqrt{6}}$ ~~прямая~~

$x = -\sqrt{6}y + \frac{21}{5}$

при $a \in [-\sqrt{6}; \sqrt{6}]$ -
- решение системы (4)-(5)

если прямая DLK $x = \sqrt{6}y - \frac{21}{5}$ и $a \in [-\sqrt{6}; \sqrt{6}]$ то количество пересек - 4 (по 2 у каждой окруж) т.к. при $\forall a \in [-\sqrt{6}; \sqrt{6}]$

Эв: эта прямая DLK $x = \sqrt{6}y - \frac{21}{5}$, то уу.

Если прямая проходит DLK т.к. не имеет 4-х пересек,

то совпадающая // перенос по Оу мы не найдем прямую искомую

и т.пер. т.к. от одной из окружностей прямая будет уходить

(если прямая) (если прямая DLK $x = \sqrt{6}y - \frac{21}{5}$ и пересек одну окруж., то

она пересек и др.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

15

$$\begin{cases} 6x > 0 \\ 6x \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 (6x)^{-4} = 2 \log_6 x \cdot 7 = \log_{36} x^2 \cdot 343 - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_7 y = \log_7^2 (y^5) - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 6x - \frac{7}{2} \log_6 x \cdot 7 + 4 = 0 \\ \log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_7 y + 4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \log_7 6x \\ b = \log_7 y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a^5 + 8a - 7 = 0 \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{cases} \leftarrow \text{пусть } a, b \text{ — корни}$$

Видно, что у уравнения $2a^5 + 8a - 7 = 0$ — один корень. $(a^5 = -\frac{8}{10} + 1, a^5 > 0)$
 $f'(a) = 10a^4 + 8, f'(a) = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ не более одного корня

Заметим $f(a) = f(-a) \Rightarrow b = -a \Rightarrow \log_7 y = -\log_7 6x$
 $y = \frac{1}{6x} \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$

Заметим, что если $f(a_0) = 0$ то $f(-a_0) = -14$ и
 $2a_0^5 + 8a_0 = 7$ то $2(-a_0)^5 + 8(-a_0) = -7 \Rightarrow$ если a_0 — корень, то
 $-a_0$ — корень. Введем $2b^5 + 8b + 7 = 0 \Rightarrow a = -b, \log_7 x = -\log_7 y$

$$y = \frac{1}{6x}, xy = \frac{1}{6}$$

Ответ $xy = \frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



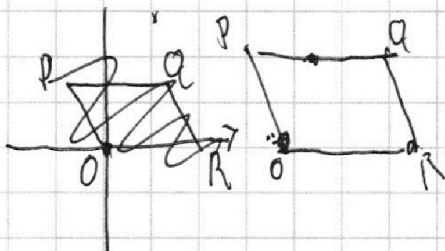
№6 n параллельных огранич. прямы OR, PQ, OP и QR

м.с. m ур-ние этих прямых $OR: y=0$

$$PQ: y=68$$

$$OP: y=-4x$$

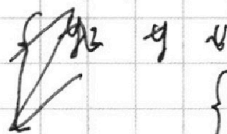
$$QR: y=76-4x$$



м.с. m с коор. x_1, y_1 лежит внутри $\square \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} y_1 \geq -4x_1 \\ y_1 \leq 76-4x_1 \\ y_1 \geq 0 \\ y_1 \leq 68 \end{cases}$$

м.с. по оси



$$\begin{cases} 0 \leq y_2 + 4x_2 \leq 76 \\ 0 \leq y_2 - 4x_2 \leq 68 \end{cases}$$

Расс-м м.с. внутри $\square: x_c + 4y_c = k \Rightarrow 0 \leq k \leq 76$

если $40 > k \geq 36$ то $4x_c + y_c \leq 40$

$$4x_c + y_c \leq 40 \text{ и}$$

м.с. не может

если $k \leq 36$ то аналог. м.с. не может быть м.с. в ко-ве
но может быть м.с. м.с. $A(m-k-4x_1, y_1 < 0)$

$$4x_2 + y_2 = 76 - 40 + k$$

$$\text{и } 4x_c + y_c + 40 \geq 76 \Rightarrow$$

если $k \geq 40$ то м.с. не может быть м.с.
но может быть м.с.

$$4x_2 + y_2 \geq 76 - \text{невозм. и}$$

м.с. не может быть м.с.
в ко-ве м.с.

$$4x_1 + y_1 = 40 - k \rightarrow k - 40$$

$$k \geq 40$$

П.с. в каждой м.с. целочисл. коор. на прямой $y = k - 4x$ при $k \in$

можно поставить в пару только точки на прямой $y_2 = k - 40 - 4x_2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

если $k \notin \mathbb{Z}$ то при $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \mathbb{Z} \Rightarrow k - 4x \notin \mathbb{Z}$ и $y \notin \mathbb{Z}$ т.е

т.е если на прямой есть т. с целыми координатами $k \in \mathbb{Z}$

если $x \in \mathbb{Z}$ то $y \in \mathbb{Z}$ $k - 4x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \mathbb{Z}$ т.е для $\forall x, y \in \mathbb{Z}$

на прямой $y = k - 4x$ равносильно т. с целыми коор. (x, y)

прямая $y = k - 4x \parallel QR$; на прямой QR - 18 т. с целыми коор.

на $\forall$ прямой $y = k - 4x$ при $k \in \mathbb{Z}$ - 18 точек т.

$26 \leq k \leq 40$ - 15 значений $\Rightarrow 18 \cdot 15 = 270$ пар точек ≈ 10692 пар ≈ 11988 пар
прямых с $k \in [0; 36]$

(убранных с $k \geq 40$ и $k \leq 36$ - взаимно однозначное соответствие)

Ответ: 11988

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



В $\triangle ABC$ $AM=10$; $BC=10$ $S_{ABC}=60 \Rightarrow AA_1=15$

по формуле медианы $m = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}}$

$1 \quad AA_1^2 = \frac{AB^2}{2} + \frac{AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$

$AB^2 + AC^2 = 250 \quad AB = \sqrt{250 - AC^2}$

$S_{\triangle ABC} = AH \cdot BC \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow AH = 12 = \sin \angle ACB \cdot AC = \sin \angle ABC \cdot AB$

$\frac{\sin \angle ACB}{\sin \angle ABC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AH}{AH} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = 1 \Rightarrow AB = AC$

$CH=x \Rightarrow BH=10-x \quad AH = \begin{cases} AB^2 = 100 + x^2 - 20x + 144 \\ AC^2 = x^2 + 144 \end{cases}$

$AB^2 = 250 - 144 - x^2 = 106 - x^2$

$2x^2 - 20x + 138 = 0$
 $x^2 - 10x + 69 = 0$

$2x^2 - 20x + 112 = 0$

$x^2 - 10x - 56 = 0$

$D = 100 + 224 = \sqrt{324} = 18^2$

$x = 19 \quad x = 14 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle B$ - тупой

$BB_1 = 15$

$CC_1 = \sqrt{180}$

$AC = \sqrt{340}$
 $AB = \sqrt{160}$

$AA_1 \cdot CC_1 \cdot BB_1 =$

$= \sqrt{45 \cdot 180} \cdot 15 = 90 \cdot 15 = 1350$

$180 \div 9 = 20$
 $15 \cdot 20 = 300$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^7 3^{11} 5^{19}$$

$$bc: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$$

$$ac: 2^{19} 3^{17} 5^{18} 7^{18} 11^{18} 13^{18}$$

$$\begin{array}{r} \times 289 \\ 37 \\ \hline 2623 \\ 8670 \\ \hline 10693 \end{array}$$

$abcd$

$$a = 2^x 3^y 5^z$$

$$a = 2^x 3^y 5^z$$

$$c = 2^{x+2} 3^{y+4} 5^{z+9}$$

$$b = 2^{x+1} 3^{y+8} 5^{z+14}$$

$$\text{НОД}(ab; bc) = \text{НОД}(a; b) \cdot b$$

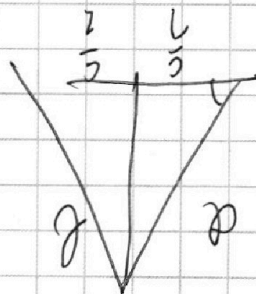
$$(ab, bc) = b(a, c)$$

$$= 11$$

$$13+x \quad 15+y$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 2^8 - 2^2 + 2^0 \\ \hline 2^8 - 2^2 + 2^0 \\ \hline 2^8 - 2^2 + 2^0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$Oh = Oq + Ok \quad 2\epsilon$$

$$4\alpha - 4\beta - 6\alpha + 4\beta$$

$$58 - 09 + 08$$

$$5h = 08 + 0k$$

$$C(2+2)$$

$$u1\alpha - 2\beta$$

$$2\beta = \frac{2\alpha}{\sqrt{2}} = \alpha \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$4\alpha - 2\beta - 2\alpha + 4\beta$$

$$\alpha$$

$$2\alpha = 90 - \beta$$

$$\alpha + \beta = 90 - \alpha \quad \beta = 90 - 2\alpha$$

$$180 - 4\alpha + 4\beta$$

$$\frac{2\alpha}{9}$$

$$2\alpha - 2\beta + 2\alpha = 180 - 2\alpha$$

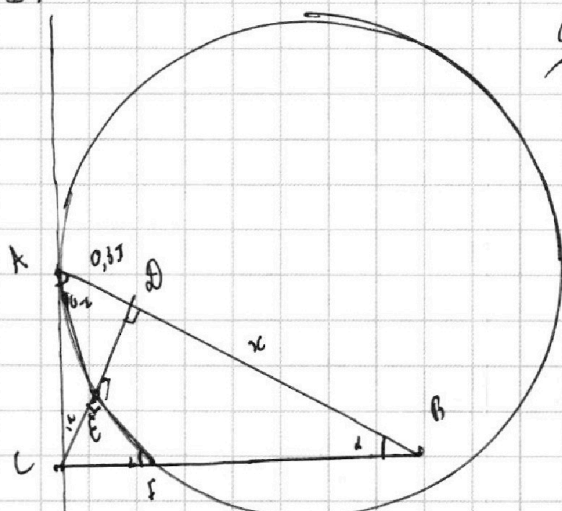
$$2\alpha = 180 - 4\alpha + 2\beta$$

$$2\alpha - 2\beta - 2\alpha = \frac{52}{911}$$

$$2\alpha$$

$$6\alpha - 180 - 4\beta$$

$$b = \frac{52}{144}$$

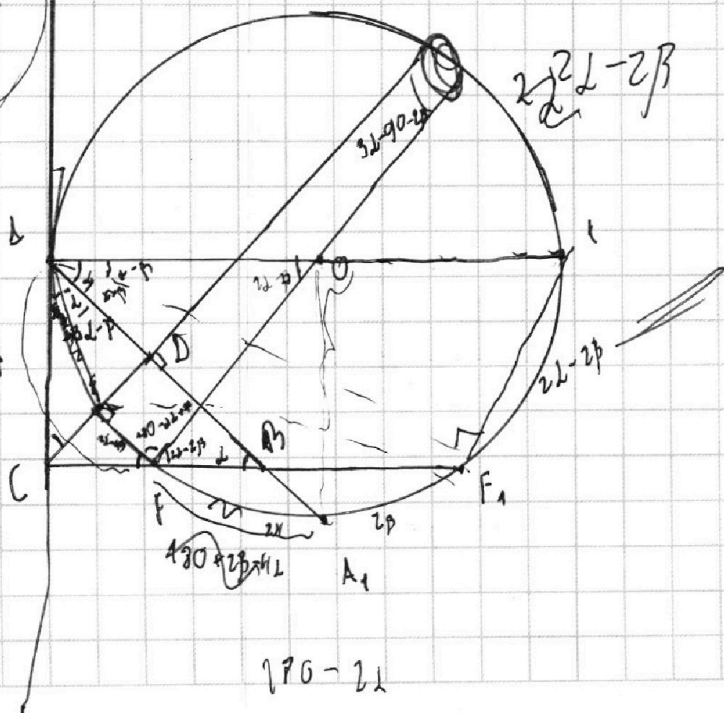


$$90 - 2\alpha + \beta$$

$$\frac{2\alpha}{9}$$



$$2\alpha$$



$$180 - 2\alpha$$



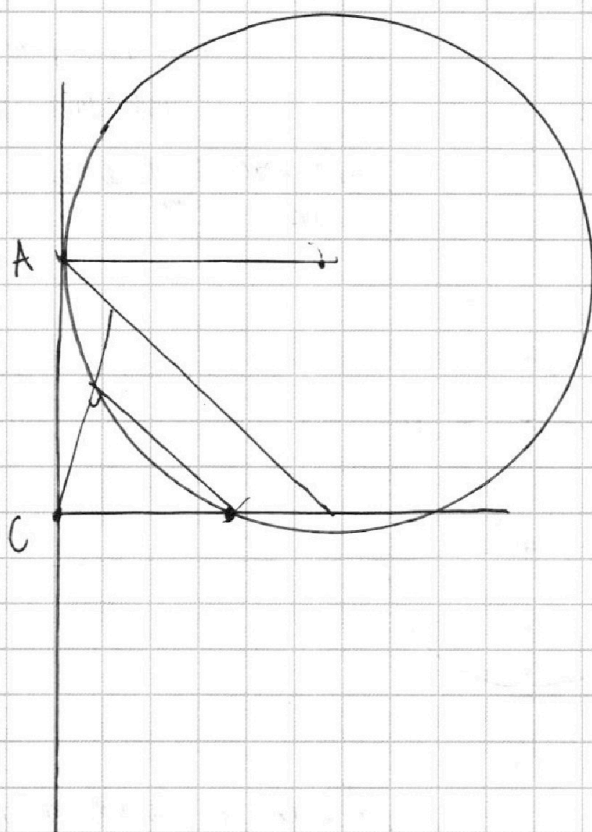
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 34^{\frac{7}{3}} - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4 \end{cases}$$

$$x \quad \log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \frac{3}{2} \log_{6x} 7 - 4$$

$$\log_7^4(6x) - \frac{7}{2} \log_{6x} 7 + 4 = 0$$

$$5 \frac{7}{2} \quad \log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y 7 + 4 = 0$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3}{2}\pi + x$$

$$\log_7 y = \log_7 6x$$

$$y = 6x$$

$$a^4 - \frac{7}{2a} + 4 = 0$$

$$2a^5 + 8a - 7 = 0$$

$$\frac{7}{2} \log_{6x} (7(6x)^4)$$

$$10a^4 + 8 = 0$$

$$a^4 = -\frac{8}{10}$$

$$5 \frac{3\pi}{2} - 5\pi = \frac{3}{2}\pi + x \quad x = \frac{\pi}{3}$$

$\log$

$$2a^5 + 8a - 7 = 0$$

$$2b^5 + 8b + 7 = 0$$

$$\log_7 6x = -\log_7 y$$

$$\frac{1}{y} = 6x \quad y = x$$

$$a^{\frac{7}{2}}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$1$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$1$$

$$\frac{3^5}{4^5}$$

$$\frac{4^6}{6^6}$$

$$243$$

$$3 - 243$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

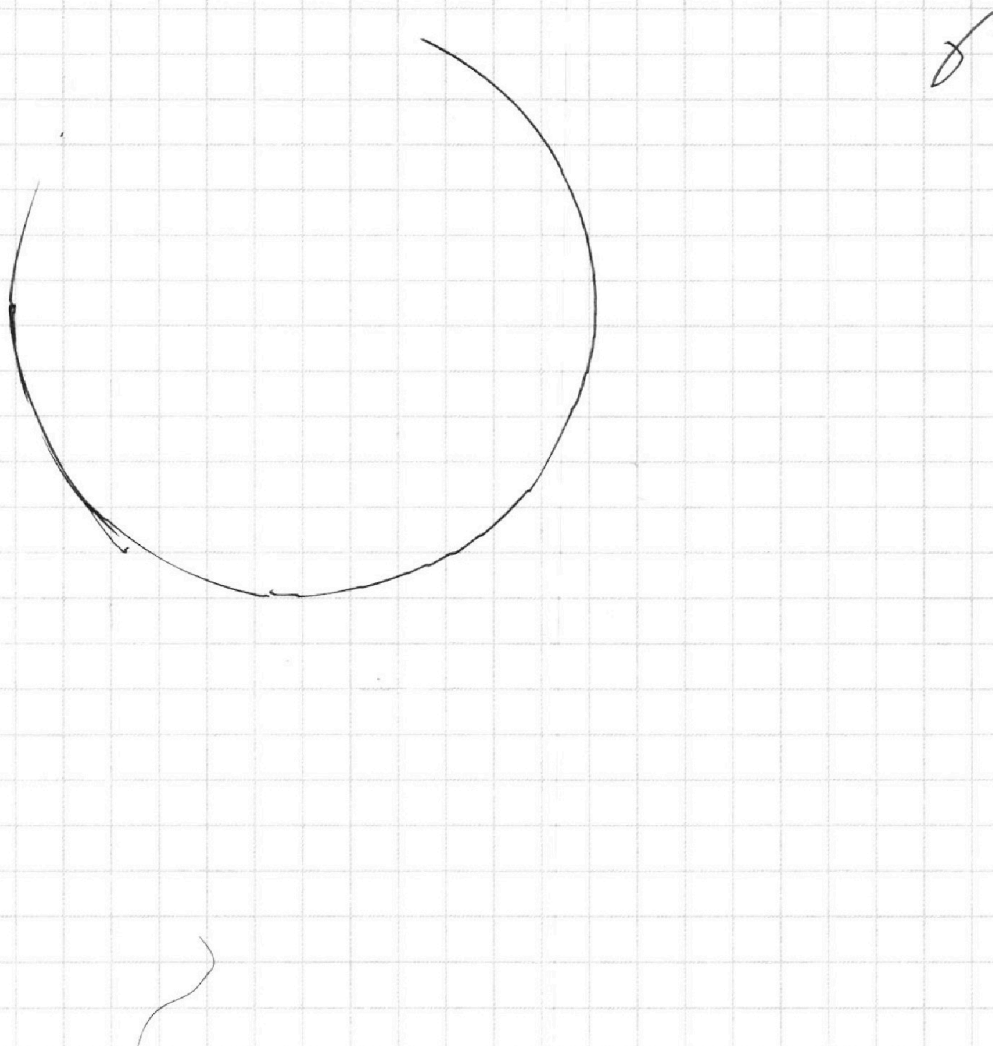
5
☐

6
☐

7
☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AC \leftarrow \sin \angle B$$

$$\frac{\sin \angle B}{CE} = \frac{\sin 90^\circ}{AE} = \frac{\sin \angle B + \sin 90^\circ + \angle B}{AC}$$

$$\frac{\sin \angle B}{FB} = \frac{\sin 90^\circ}{AF}$$

$$\frac{AF}{AE} = \frac{CF}{ED} = \frac{AC}{AD} = \frac{FB}{CE} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{FB}{CE} = \frac{AF}{AE}$$

$$\frac{CE}{AC} = \frac{FB}{AB}$$

$$\frac{FB}{AB} = \frac{RT \cdot CF}{EF \cdot AB} = \frac{ED \cdot CE}{EC \cdot AB}$$

$$\frac{CF}{EC} = \frac{CB}{CD} = \frac{AC}{AD}$$

$$\frac{CF + FB}{CF} = \frac{DB}{EF}$$

$$FB = \frac{FB}{CF} = \frac{RT}{EF} \frac{ED}{EC}$$

$$\frac{AC \cdot ED}{AD \cdot AB}$$