



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пусть $a = x_1 \cdot 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3}$
 $b = x_2 \cdot 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3}$
 $c = x_3 \cdot 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3}$

x_1, x_2, x_3 - множители не
содержащие 2, 3, 5

$$\left. \begin{array}{l} a_1 + b_1 \geq 7 \\ b_1 + c_1 \geq 13 \\ a_1 + c_1 \geq 14 \\ a_1 + b_1 + c_1 \rightarrow \min \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a_1 = 4 \\ b_1 = 3 \\ c_1 = 40 \end{array} \Rightarrow a_1 + b_1 + c_1 = 17$$

$$\left. \begin{array}{l} a_3 + c_3 \geq 43 \\ a_3 + b_3 \geq 14 \\ b_3 + c_3 \geq 18 \\ a_3 + b_3 + c_3 \rightarrow \min \end{array} \right\} \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 = 43, \text{ например } a_3 = 22; c_3 = 21; b_3 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a_2 + b_2 \geq 11 \\ b_2 + c_2 \geq 15 \\ a_2 + c_2 \geq 17 \\ a_2 + b_2 + c_2 \rightarrow \min \end{array} \right\} \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 = 22, \text{ иначе одно из неравенств не будет выполнено; например } a_2 = 0; b_2 = 5; c_2 = 11 - \text{ все выполнено.}$$

получим $x_1 = x_2 = x_3 = 1 \Rightarrow abc_{\min} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

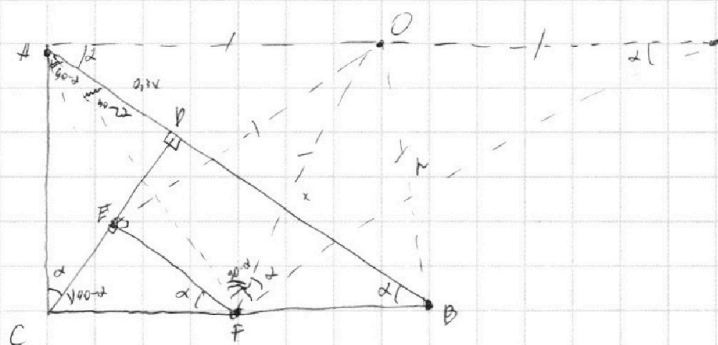
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$FE \perp CD$ т.к. $EF \parallel BD$

$OA \perp AC$ т.к. AC — касательная.

$OF = OE = OA = r$

из углов на рисунке: $\angle AOF = 2\alpha$; $\angle B = \alpha \Rightarrow$

B лежит на окружности. $\Rightarrow BFEA$ — трапеция $\Rightarrow$

$BF = AE$, т.к. вписана в окружность. $\Rightarrow EF = x - 0,3x = 0,7x$

Ответ: $\frac{2}{3}$ $\frac{49}{3}$.

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{EF}{CD}\right)^2 = \frac{0,49x^2}{0,3x^2} = \frac{49}{3}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x, \text{ т.к. } \arccos \in [0, \pi] \Rightarrow x \in [-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$$

разобьем на ~~на~~ **случаи**:

$$1) x \in [0, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow \pi = 6x \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$2) x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \Rightarrow \arccos(\sin x) = x - \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 5(x - \frac{\pi}{2}) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow 4x = 4\pi \Rightarrow x = \pi$$

$$3) x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}] \Rightarrow \arccos(\sin x) = x - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \pi$$

$$4) x \in [\frac{3\pi}{2}, 2\pi] \Rightarrow \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} - x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5(\frac{3\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow 6x = 4\pi \Rightarrow x = \frac{4}{6}\pi$$

$$5) x \in [2\pi, \frac{5\pi}{2}] \Rightarrow \arccos(\sin x) = \frac{5\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{4}{6}\pi \text{ (не удовл. условию)}$$

$$6) x \in [\frac{5\pi}{2}, 3\pi] \Rightarrow \arccos(\sin x) = x - \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$$

$$5(x - \frac{3\pi}{2}) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow 4x = 4\pi \Rightarrow x = \frac{7}{2}\pi \text{ (не удовл. условию)}$$

$$7) x \in [3\pi, \frac{7\pi}{2}] \Rightarrow \arccos(\sin x) = x - \frac{5\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{7}{2}\pi$$

$$8) x \in [-\frac{3\pi}{2}, -\pi] \Rightarrow \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow$$

$$5(\frac{3\pi}{2} + x) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$9) x \in [-\pi, -\frac{\pi}{2}] \Rightarrow \arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = -\frac{3\pi}{2} \text{ (не удовл. условию)}$$

$$10) x \in [-\frac{\pi}{2}, 0] \Rightarrow \arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow 4x = -\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4}$$

Ответ: $\frac{\pi}{6}, \pi, \frac{4}{6}\pi, \frac{7}{2}\pi, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

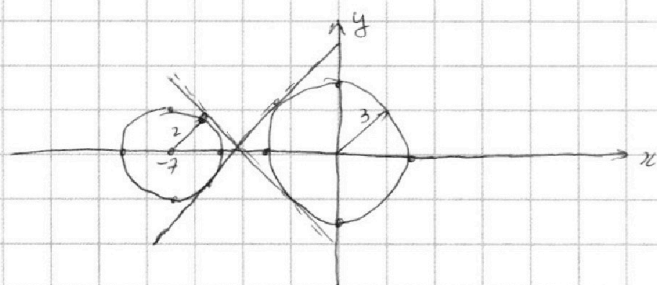
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = \frac{7b-x}{3a} = \frac{7b}{3a} - \frac{1}{3a}x \\ ((x+7)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

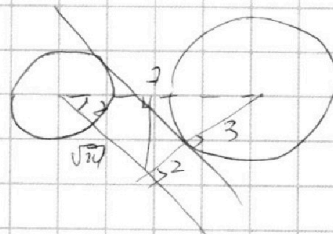
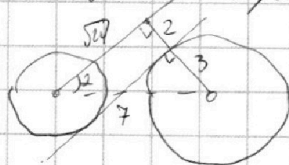


второе равенство задает две окружности радиусами 2 и 3, с центрами в $(-7; 0)$ и $(0; 0)$

1) при $a = 0$ первое равенство вертикальная прямая $\Rightarrow$ решений не более двух.

2) проведем две взаимно касательные, когда котф. нашей прямой лежит в области между котф. касательных $\Rightarrow$ две не сможем найти такое b - тогда было и решение.

$$k_1 = \frac{5}{\sqrt{24}} = \tan 2$$



$$k_2 = -\frac{5}{\sqrt{24}} = -\tan 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3a} \in \left[\frac{5}{\sqrt{24}}, +\infty \right) \text{ или } -\frac{1}{3a} \in \left(-\infty, -\frac{5}{\sqrt{24}} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3a} \geq \frac{5}{\sqrt{24}} \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{24}} + \frac{1}{3a} \leq 0 \Rightarrow$$

$$\left[-\frac{1}{3a} \leq -\frac{5}{\sqrt{24}} \Rightarrow \frac{1}{3a} - \frac{5}{\sqrt{24}} \geq 0 \Rightarrow \right]$$

$$\Rightarrow b \in \emptyset, \text{ если } a \in \left[-\frac{\sqrt{24}}{15}, \frac{\sqrt{24}}{15} \right] \Rightarrow \text{Ответ: } a \in \left(-\infty, -\frac{\sqrt{24}}{15} \right) \cup \left(\frac{\sqrt{24}}{15}, +\infty \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{6x^2} 343 - 4 \Rightarrow \log_7^4(6x) - \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{3}{2\log_7 6x} - 4 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \log_7^4(6x) - \frac{7}{2\log_7 6x} + 4 = 0$$

Аналогично: $\log_7^4 y + \frac{7}{2\log_7 y} + 4 = 0$

Заметим $\log_7(6x) = a$; $\log_7(y) = b \Rightarrow$

$$\begin{cases} a^4 - \frac{7}{2a} + 4 = 0 \\ b^4 + \frac{7}{2b} + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow b^4 + \frac{7}{2b} - a^4 + \frac{7}{2a} = 0 \Rightarrow (b-a)(b+a)(b^2+a^2) = \frac{-7}{2ab}(a+b) \Rightarrow$$

$\Rightarrow a = -b$ - решение.

$b^4 + \frac{7}{2b} + 4 = 0 \Rightarrow b^5 + \frac{7}{2} + 4b = 0 \Rightarrow (b^5 + 4b + \frac{7}{2})' = 5b^4 + 4 \Rightarrow$ функция имеет один корень. и этот корень $b = -a \Rightarrow$

$a + b = 0$ независимо от $a \Rightarrow$

$\log_7(6x) + \log_7(y) = 0 \Rightarrow \log_7 6xy = 0 \Rightarrow 6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}.$

Ответ: $\frac{1}{6}.$



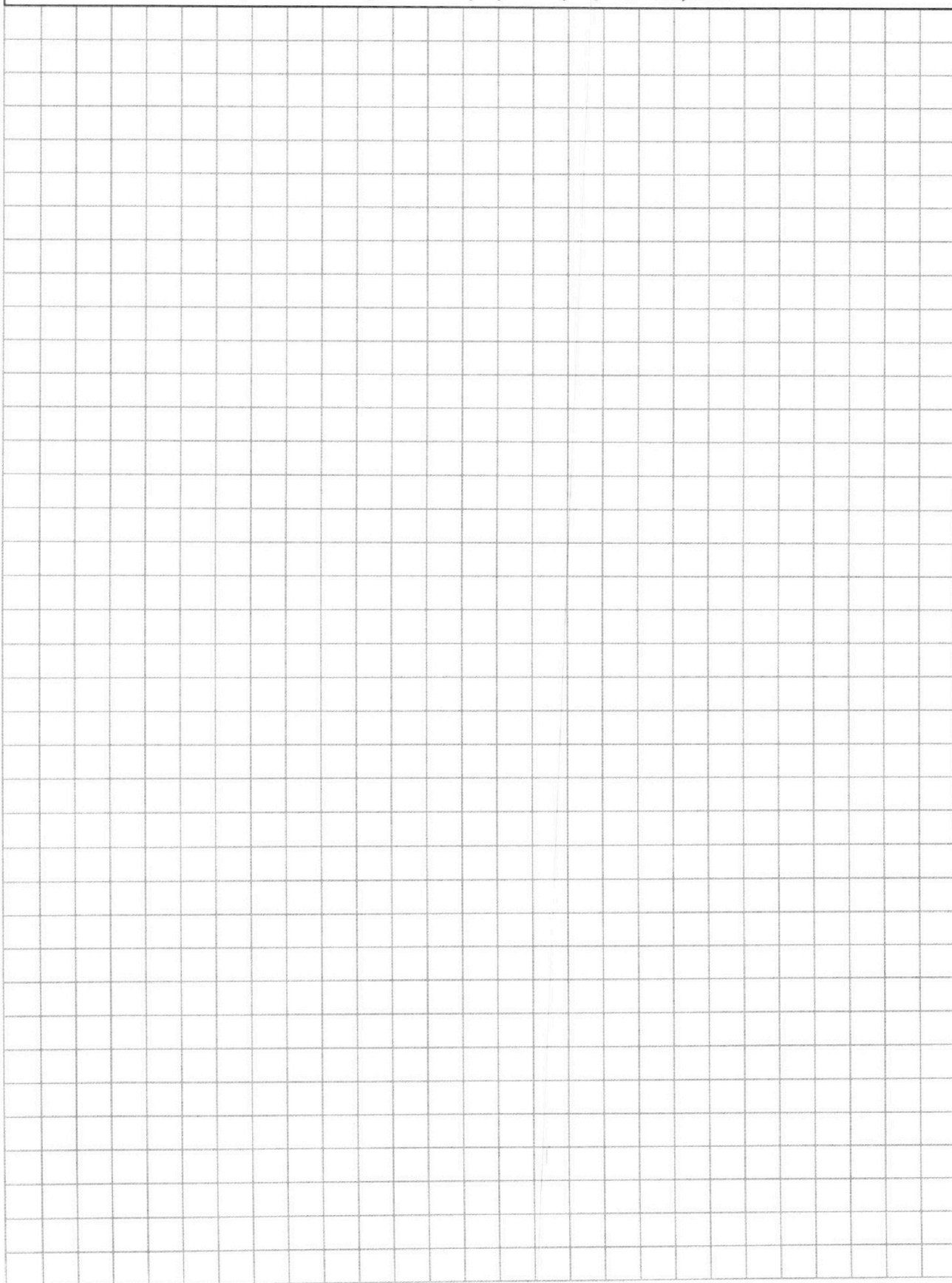
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



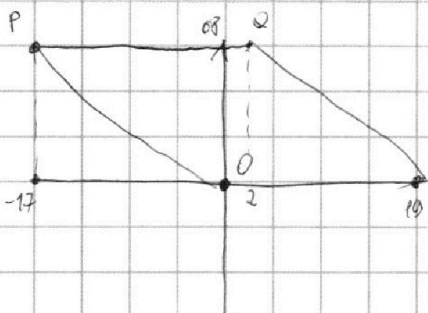
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a + c = 14$$

$$a + b = 7$$

$$b + c = 13$$

$$a + b + c = 20$$

(17)

$$b = 3$$

$$c = 10$$

$$a = 4$$

$$y(y_2 - y_1) + (y_2 - y_1) = 0$$

$$y_2 - y_1 \in [0.8; 0.8]$$

$$1.1 \in [-3.6; 3.6]$$

$$a \cdot b$$

$$a \cdot c = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3} \cdot 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3} \cdot p$$

$$a_1 + c_1 \geq 14$$

$$b_1 + c_1 \geq 13$$

$$a_2 + c_2 \geq 12$$

$$b_2 + c_2 \geq 15$$

$$a_3 + c_3 \geq 43$$

$$b_3 + c_3 \geq 18$$

$$a_1 + b_1 \geq 7$$

$$a_2 + b_2 \geq 11$$

$$a_3 + b_3 \geq 14$$

$$\frac{75-26}{2}$$

$$\frac{a_1 + b_1}{2} = 7$$

$$\frac{75-43}{2}$$

$$a \cdot b \cdot c$$

$$a = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3}$$

$$b = 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3}$$

$$c = 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3}$$

$$a \cdot b \cdot c$$

$$a_2 + b_2 \geq 11$$

$$b_2 + c_2 \geq 13$$

$$a_1 + c_1 \geq 14$$

$$a_1 + b_1 + c_1 \geq 17$$

$$c_2 \geq 10$$

$$b_2 \geq 3$$

$$a_2 \geq 4$$

$$a_3 + b_3 + c_3 \geq \frac{43}{2}$$

$$\frac{43-18}{2}$$

$$\frac{76}{2} = 38$$

$$\frac{21}{2}$$

$$\frac{75-43}{2}$$

$$\frac{75-26}{2} = \frac{49}{2}$$

$$217$$

$$\frac{75-38}{2}$$

$$\frac{75-14.2}{2}$$

$$\frac{75-18.2}{2} = 18$$

$$a + b \geq 14$$

$$b + c \geq 18$$

$$a + c \geq 43$$

$$\frac{75-26}{2}$$

$$\frac{0}{2}$$

$$\frac{43-18}{2}$$

$$(11) (5) (12)$$

$$c_3 \geq \frac{41}{2}$$

$$b_3 \geq \frac{9}{2}$$

$$a_3 \geq \frac{23}{2}$$



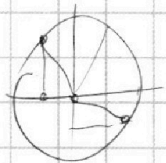
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

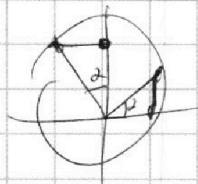
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2\pi}{3}$$

$$10\pi = \frac{2\pi}{3} + \frac{1\pi}{6}$$

$$10\pi + \frac{\pi}{2}$$



$$\lambda = \frac{5\pi}{2} + \alpha$$

$$\lambda = \frac{5\pi}{2}$$

$$\lambda = \frac{5\pi}{2}$$

$$2\pi + \alpha = x \Rightarrow \alpha = x - 2\pi$$

$$5; \eta(2\pi; \frac{5\pi}{2})$$

$$2\pi + \alpha$$

$$\frac{5\pi}{2} - (2\pi - \alpha)$$

$$\frac{5\pi}{2} + \alpha$$

$$5; \frac{5\pi}{2} - \alpha = \frac{5\pi}{2} + \alpha$$

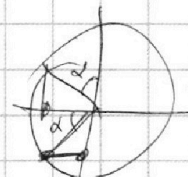
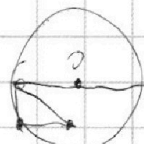
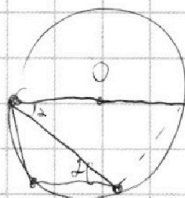
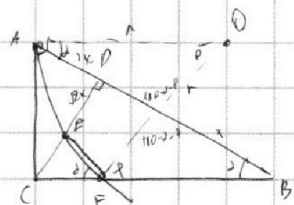
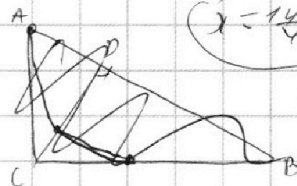
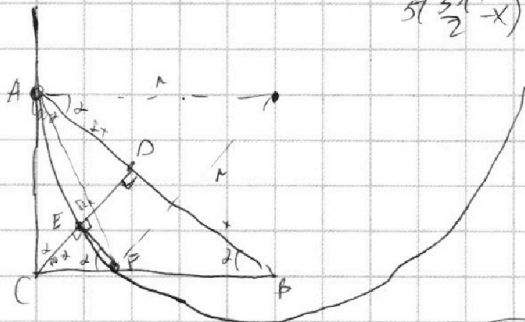
$$5(\frac{5\pi}{2} - \alpha) = \frac{5\pi}{2} + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{11\pi}{6}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{3}$$

$$\alpha = \frac{14\pi}{3}$$

$$\frac{3\pi}{2}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{3}$$

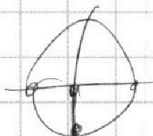
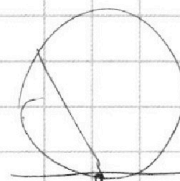
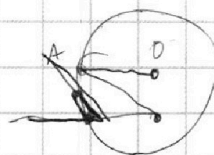
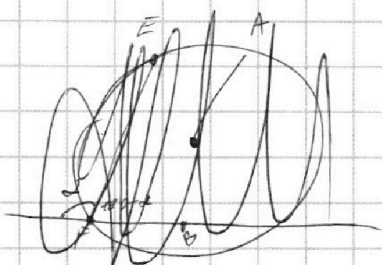


$$3\pi + \alpha = 2$$

$$\alpha = 2 - 3\pi$$

$$\frac{\pi}{2} + 2 - 3\pi$$

$$3\pi - \frac{\pi}{2}$$



$$\frac{7\pi}{2} = 3\pi + \alpha$$

$$\alpha = \frac{7\pi}{2} - 3\pi$$

$$\frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$a = 2^4$$

$$b = 2^3$$

$$c = 2^2$$

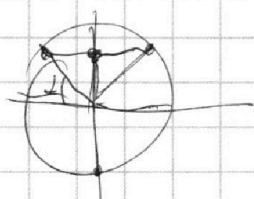
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



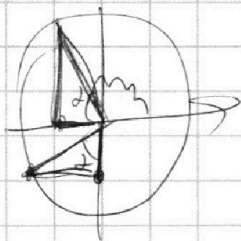
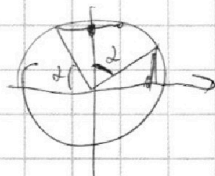
$$-\pi - 2 \quad (\alpha > 0)$$

$$\alpha + \lambda = -\pi/2$$

$$\alpha = -\pi/2 - \lambda$$

$$\frac{\pi}{2} - 2$$

$$\frac{\pi}{2} - (-\pi - \lambda) = \frac{\pi}{2} + \pi + \lambda$$



$$49 + 24 - 2 \cos \alpha \cdot 7\sqrt{24} = 25$$

$$63 - 17 = 14 \cos \alpha \sqrt{24}$$

$$\frac{38}{14\sqrt{24}} = \cos \alpha$$

$$\frac{\pi}{2} + \alpha$$

$$\frac{14}{7\sqrt{24}}$$

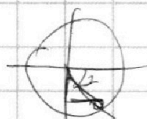
$$\alpha = -\frac{\pi}{2} - 2$$

$$-\frac{\pi}{2} - 2$$

$$\pi - \alpha$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} \times 20$$

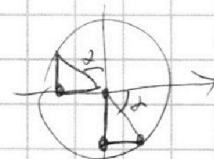
$$\pi - \alpha$$



$$\begin{array}{r} 3 \\ 149 \\ \times 14 \\ \hline 196 \\ 49 \\ \hline 686 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 686 \\ - 361 \\ \hline 325 \end{array}$$

$$\sqrt{77 \cdot 24 - 192}$$



$$\begin{array}{r} 8 \\ 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\alpha > 0$$

$$1 - \frac{192}{22 \cdot 24} =$$

$$\frac{14}{7 \cdot \sqrt{24}}$$

$$\sqrt{77 \cdot 24 - 192}$$

$$\frac{325}{25} \cdot \frac{25}{13}$$

$$\frac{5\pi}{2} + 52 = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \alpha$$

$$4\lambda = -\pi$$

$$2a_2 + 1b_2 + 1c_2 = 43$$

$$a_2 + b_2 + c_2 = \frac{43}{2}$$

$$\frac{43}{2} - \frac{11 \cdot 2}{2} = \frac{21}{2}$$

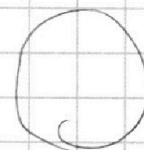
$$\frac{43}{2} - \frac{38}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{13}{2}$$

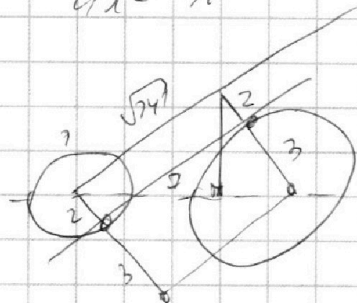
$$c_2 = 19$$

$$a_2 = 8$$

$$b_2 = 5$$



$$\frac{15\sqrt{13}}{24}$$



$$\sqrt{75 - \frac{15 \cdot 24}{49}}$$

$$\sqrt{\frac{315}{16}}$$

$$\frac{43}{2} - \frac{17 \cdot 2}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{24}}$$

$$25($$

$$49 - 25 = 24$$

$$\frac{5\sqrt{24}}{2}$$

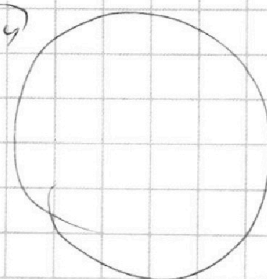
$$2 - \frac{25}{7}$$

$$\frac{5 \cdot \sqrt{24}}{49 - 25}$$

$$49 - 25$$

$$\frac{25 \cdot 25}{49}$$

$$\frac{25}{7}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

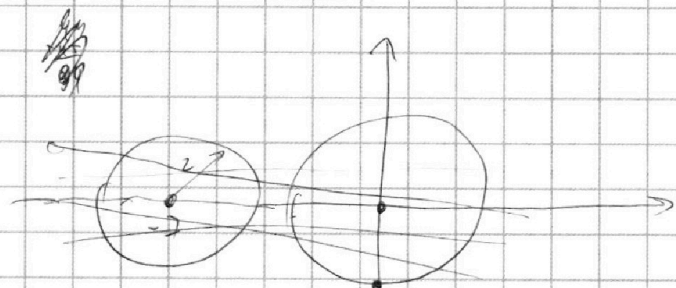
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+7)^2 + y^2 - 40 + 45$$

$$((x+7)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$



$$y = \frac{7b-2}{2a}$$

$$y = \frac{7b-2}{2a}$$

$$y = \frac{7b-2}{2a} - \left(2 \cdot \frac{1}{2a}\right)$$

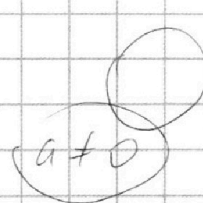
$$b > 0$$

$$x = 1$$

$$x = 7b$$

$$y = 0$$

$$b > 0$$



$$b > 0, a > 0$$

$$\frac{1}{3 \cdot \sqrt{14}}$$

$$5$$

$$0, \frac{7b}{2a}$$

$$\frac{5 \cdot 3a + \sqrt{14}}{2a \sqrt{14}}$$

$$\frac{1}{2a} \geq$$

$$\frac{1}{2a} \leq$$

$$\frac{5}{\sqrt{14}} + \frac{1}{2a} \leq 0$$

$$\frac{15a + \sqrt{14}}{2a \sqrt{14}}$$

$$\frac{5\sqrt{14} + 3a\sqrt{14}}{2a \sqrt{14}} \leq 0$$

$$\frac{5 \cdot \sqrt{14}}{2a} + \frac{1}{2a}$$

$$\sqrt{14}(3+2a)$$

$$\frac{5 \cdot \sqrt{14}}{8} + \frac{1}{2a}$$

$$\frac{5\sqrt{14}a + 8}{2a}$$

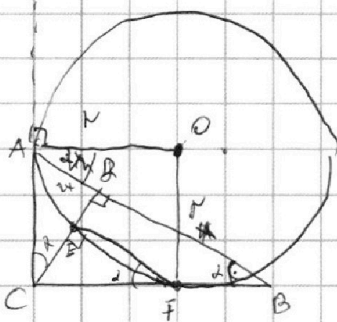
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

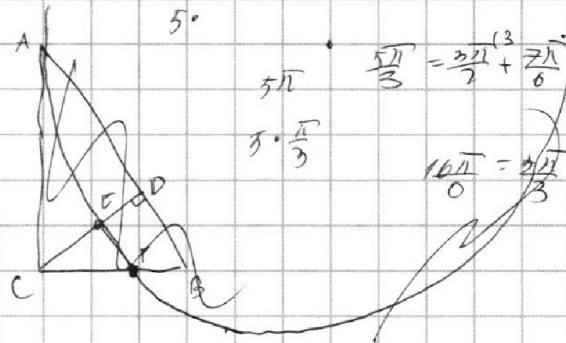
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

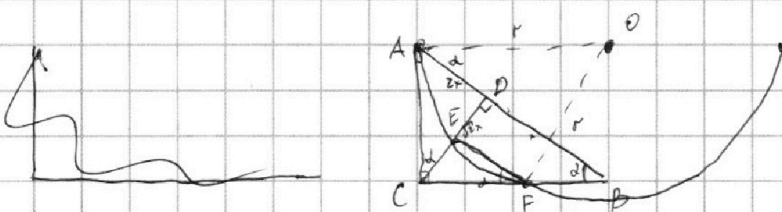
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



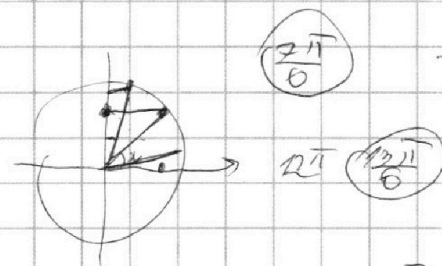
$$\frac{S(\triangle ODE)}{S(\triangle EFG)}$$



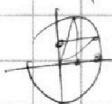
$$\frac{5\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$



$$\frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + \pi$$



$$\frac{2\pi}{6}$$



$$\frac{2x}{\cos x} = \frac{CD}{x}$$

$$2x^2 = CD^2$$

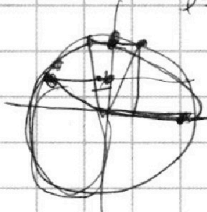
$$CD = \sqrt{2}x$$

$$x \in [0, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi = 6x$$



$$x = \frac{\pi}{2} + 2$$

$$r = \frac{\pi}{2} - 2$$

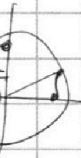


$$\frac{5\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{5\pi}{3}$$

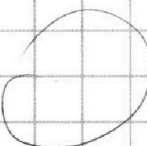
$$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi = 6x$$



$$x = \frac{\pi}{2} + 2$$

$$x = \frac{\pi}{2} - 2$$



$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{3}$$

$$5x - \frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + \pi$$

$$\frac{5\pi}{6}$$

$$(0 + 2\pi h, \frac{\pi}{2} + \pi h)$$

$$4x = \frac{5\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - x + \pi h$$

$$\pi = 6x + \pi h$$

$$\frac{5\pi}{6}$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x - \pi h) = \frac{3\pi}{2} + x + \pi h$$

$$\frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + \pi h$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{3}$$

$$5\pi - 5x - 5\pi h = \frac{3\pi}{2} + x + \pi h$$



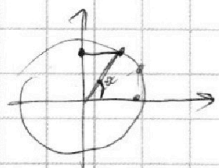
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\pi - (\alpha - \frac{3\pi}{2}) \sim \pi$$

$$\frac{3\pi}{2} - \alpha$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{43} \Rightarrow ac \geq 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{43}$$

$$b=1$$

$$a=2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$b=1$$

$$c=2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^{20}$$

$$761^3$$

$$abc$$

$$ab = k_1 \cdot 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = k_2 \cdot 2^{13} \cdot 3^{11} \cdot 5^{18}$$

$$ac = k_3 \cdot 2^{14} \cdot 3^{11} \cdot 5^{43}$$

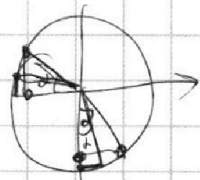
$$\frac{76}{103} \quad \frac{47}{75}$$

$$(abc)^2 = k_1 k_2 k_3 \cdot 2^{24} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

$$(abc)^2 = k_1 k_2 k_3 = 3 \cdot 5 \Rightarrow abc = 2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

$$\frac{3\pi}{2} \pm \alpha = \alpha$$

$$\pi - \alpha = 1$$



$$\text{мысли } k_1=1$$

$$ab = 2^2 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{24}$$

$$\text{мысли } k_2=3 \Rightarrow k_3=5$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{10} \cdot 5^{18} \Rightarrow b = 2^3 \cdot 3^5$$

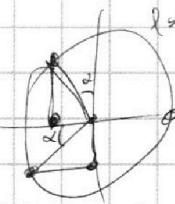
$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{44}$$

$$ab = k_1 \cdot 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$c = k_2 \cdot 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{24}$$

$$7 = 71 + 2$$

$$1 = \frac{\pi}{2}$$



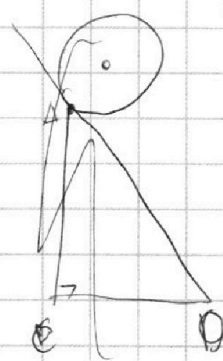
$$91 - \frac{21}{2}$$

$$\frac{21}{6} \quad \frac{-1}{2}$$

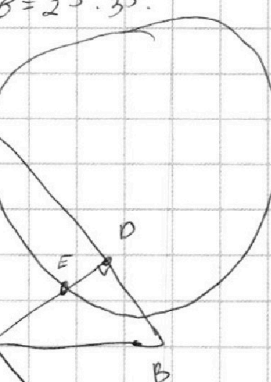
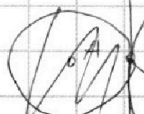
$$\frac{21}{0} - \frac{1}{2}^{13}$$

$$\frac{14}{8}$$

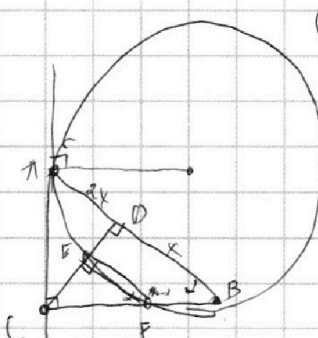
$$\frac{11}{2}$$



$$\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$$



$$\frac{11}{3}$$



$$x \in (-\frac{3\pi}{2}, \frac{2\pi}{2})$$

$$(0, \pi)$$

$$\frac{25\pi}{2} - 5\alpha = \frac{3\pi}{2} + 2$$

$$\frac{11\pi}{0}$$

$$\frac{3\pi}{2} + 2 \in 0$$

$$\frac{3\pi}{2} \pm 1 = \pi$$

$$\frac{2\pi}{2} \pm \alpha \in (0, \pi)$$

$$\alpha \in (-\frac{3\pi}{2}, \frac{2\pi}{2})$$

$$62 = 11\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7^4(6x) - \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{3}{2\log_7 6x} - 4 \quad a = \log_7(6x); b = \log_7 y$$

$$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2\log_7 y} - 4$$

$$\log_7^4 y - \log_7^4(6x) + \frac{6}{\log_7 y} + \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{5}{2\log_7 y} - \frac{3}{2\log_7 6x}$$

$$(\log_7^2 y + \log_7^2(6x)) \log_7 \frac{4}{6x} + \log_7 6xy + \frac{6\log_7 6x + 2\log_7 y}{\log_7 y \cdot \log_7 6x} = \frac{10\log_7 6x - 3\log_7 y}{2\log_7 6x \log_7 y}$$

$$a^4 - \frac{2}{a} = \frac{3}{2a} - 4$$

$$b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2b} - 4$$

$$b^4 - a^4 + \frac{6}{b} + \frac{2}{a} = \frac{5}{2b} - \frac{3}{2a}$$

$$(b-a)(b+a)(b^2+a^2) + \frac{6a+2b}{ab} = \frac{5a-3b}{2ab}$$

$$(b-a)(b+a)(b^2+a^2) = \frac{5a-3b}{2ab} - \frac{2(6a+2b)}{2ab} = \frac{5a-3b-12a-4b}{2ab} = \frac{-7b-7a}{2ab}$$

$$(b-a)(b^2+a^2) = \frac{7}{2ab}$$

$$1) b = -a$$

$$0ad(b-a)(b^2+a^2) = \frac{7}{2}$$

$$\log_7 a + b = \log_7(6x) + \log_7 y = \log_7 6xy$$

$$\log_7(6x) \cdot \log_7 y \neq \log_7 \frac{4}{6x}$$

$$b^3 + a^3 \neq a^2b - ab^2$$

$$(b^3 - a^3) + ab(a - b) = \frac{7}{2ab}$$

$$ab(b-a)(b^2+a^2)$$

$$(ab^2 - a^2b)(b^2 + a^2)$$

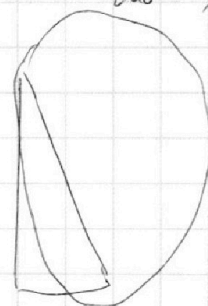
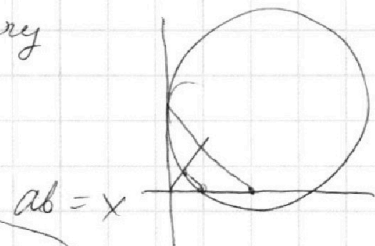
$$ab^4 + a^3b^2 - a^2b^3 - a^4b = \frac{7}{2}$$

$$b^4 + 3a^2b^2 - 2ab^3 - 4a^3b = 0$$

$$b^3 + 3a^2b - 2ab^2 - 4a^3 = 0$$

$$\frac{a+b}{2} = xy$$

$$\frac{1}{6}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7^4(6x) - 2\log_7 x = \log_7 2 \cdot 343 - 4$$

$$6x > 0$$

$$6x \neq 1$$

$$x > 0$$

$$49/7$$

$$\log_7^4 6x - 2\frac{1}{\log_7 6x} = \frac{1}{2}\log_7 2 \cdot 343 - 4$$

$$5\log_7 23^5 \cdot 343 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7$$

$$\log_7^4 6x - 2\frac{1}{\log_7 6x} = \log_7 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{\log_7 6x}} - 4$$

$$y > 0$$

$$y \neq 1$$

$$\log_7 6x = t$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{1}{2}t - 4$$

$$\log_7^4 y + 6\log_7 7 = \log_7 2(7^5) - 4$$

$$\log_7^4 y + 6\frac{1}{\log_7 y} = \frac{1}{2}\log_7 7 - 4$$

$$t^5 - 2 = \frac{3}{2} - 4t$$

$$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{1}{2}\log_7 y - 4$$

$$t^5 + 4t = \frac{5}{2} - 0$$

$$\log_7^4 y = t$$

$$t^5 + 4t + \frac{1}{2} = 0$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{1}{2}t - 4$$

$$t^5 + 4t - \frac{5}{2} = 0$$

$$t^5 + 6t \cdot \frac{1}{t} + 6 = \frac{1}{2} - 4t \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2}$$

$$t^5 + 4t + 1 + \frac{3}{2} = 0$$

$$t^5 + 4t + 1 + 1 + 1 + 1 = 0$$

$$t + 1 = \log$$

$$t^5 + 4t^5 + 4(1 + 1 + 1) + 1 = 0$$

$$t + t + 1 = \log_7 6x$$

$$7t^5 + 28t - \frac{3}{2} = 0$$

$$(t+1)^7 \cdot \frac{t+1}{6} = x$$

$$5t^5 + 20t + \frac{3}{2} = 0$$

$$7t^5 + 5t^5 + 28t + 20t = 0$$

$$t^3 + 1 = t$$

$$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) + 4(a+b) - 1 = 0$$

$$(t+1)(t^4 - t^3 + 1)$$

$$(a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4))$$

$$a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 + b^5$$

$$a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 + b^5$$

$$a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4 + b^5$$

$$\log_7 6x \cdot \log_7 7 = \log_7 6x$$



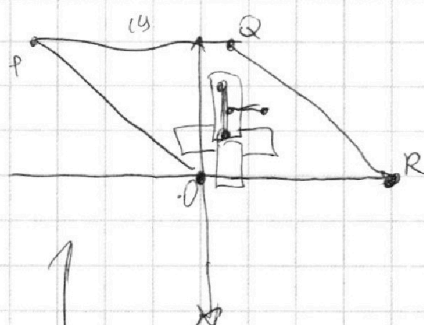
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

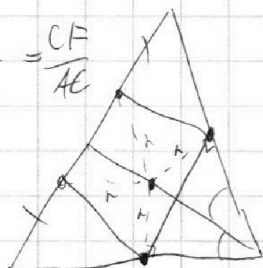
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

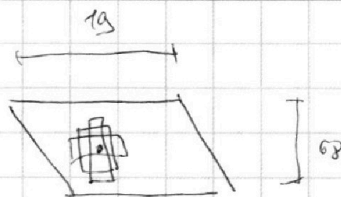
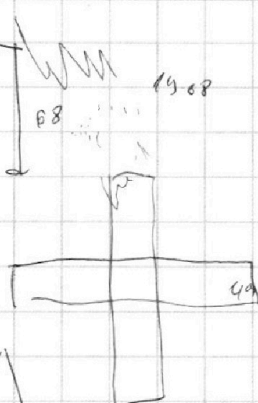
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



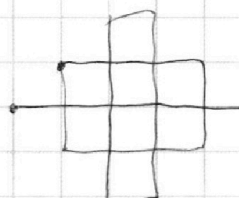
$$\frac{PE}{OD} = \frac{CE}{AD} = \frac{CF}{AE}$$



M



$$bx = y$$



$$\log_7^4(bx) = \log_7^4(y)$$

$$\log_7^4(bx) - \frac{2}{\log_7 bx} = \frac{3}{2\log_7 bx} - 4$$

$$\Rightarrow \log_7^4(bx) - \frac{7}{2(\log_7 bx)} + 4 = 0$$

$$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2\log_7 y} - 4$$

$$\log_7^4(y) + \frac{7}{2\log_7 y} + 4 = 0$$

~~300000~~

~~log~~

$$a^4 + \frac{7}{a} + 4 = 0$$

$$\log_7^4(y) - \log_7^4(bx) + \frac{7}{2\log_7 y} + \frac{7}{2(\log_7 bx)} = 0$$

$$ax = y$$

$$a^4 - b^4 + \frac{7}{2a} + \frac{7}{2b} = 0$$

$$a^5 + 7 + 4a = 0$$

$$1a = -b$$

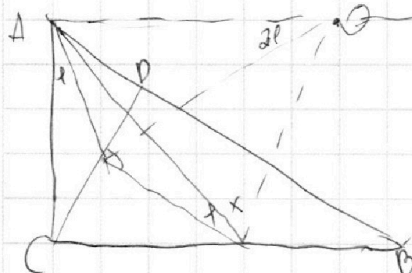
$$(a-b)(a^3+b^3) = \frac{-7b-7a}{aab}$$

$$a = \pm \sqrt[4]{7}$$

$$a^5 + 7 + 4a = 0$$

$$(a-b)(a^3+b^3) = \frac{-7}{2ab}$$

$$a^5 + 7 + 4a = 0$$



$$1) a \geq b > 0$$

$$2) b \geq a > 0 \quad a = 0$$

$$5a^4 + 4 = 0$$

$$a^4 - \frac{7}{2}a + 4 = 0$$

$$a^5 - 7a + 4a = 0$$

