



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

Заметим, что m, n, k — натуральные,
по они не могут содержать /свой разложения/
простые множители в отриц. степени

$$ab = n \cdot 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc = k \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac = m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}, \quad n, k, m \in \mathbb{N}$$

$$a^2 b^2 c^2 = mnk \cdot 2^{39} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$$

$$abc = \sqrt{mnk} \cdot 2^{17} \cdot 3^{27,5} \cdot 5^{34}$$

Заметим, что m, n, k

$$abc \in \mathbb{N}, \text{ по } a$$

$$abc: 3^{27,5} \Rightarrow abc: 3^{28}$$

$$m, n, k: ac: 5^{39}, \text{ по ал. факт. 1.}$$

//

$$abc: 5^{39}$$

$$// \quad abc: 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

$$\text{пример на } abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

$$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{22} \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \quad | \quad a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{22}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \quad | \quad b = 2^3 \cdot 3^6$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{39} \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \quad | \quad c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$\text{Отвечу } \min(abc) = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = 5\pi - 10x$
 при $x \in [0; \pi]$. $10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x))$
 $\downarrow$
 $10x - 5\pi = \pi - 2x$
 $12x = 6\pi$
 $x = \frac{\pi}{2}$
 $5\pi - 10x = \pi - 2x$
 $4\pi = 8x$
 $x = \frac{\pi}{2}$

при $x \in [\pi; 2\pi]$:

$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{3\pi}{2} - x))$
 ~~$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x))$~~

$15\pi - 10x = \pi - 2x$
 $14\pi = 8x$
 $x = \frac{7\pi}{4}$

$10 \arcsin(\cos \frac{7\pi}{4}) = 2,5\pi$
 $2,5\pi = \pi - \frac{7\pi}{2}$

$10 \arcsin(\cos x) = 10$
 $= 10 \arcsin(\sin(x - \frac{3\pi}{2}))$

$10x - 15\pi = \pi - 2x$
 $12x = 16\pi$
 $x = \frac{4\pi}{3}$

$10 \arcsin(\cos(\frac{4\pi}{3})) = -\frac{10\pi}{6} = -\frac{5\pi}{3}$
 $-\frac{5\pi}{3} = \pi - \frac{8\pi}{3}$

при $x \in [2\pi; 8\pi]$:

$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{5\pi}{2} - x))$

$25\pi - 10x = \pi - 2x$
 $24\pi = 8x$
 $x = 3\pi$

$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 6\pi$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(x - \frac{5\pi}{2})).$$

$$10 \cdot (\frac{\pi}{2}) = -5\pi - 4\pi.$$

$$10x - 25\pi = \pi - 2x.$$

$$12x = 26\pi.$$

$$x = \frac{13}{6}\pi.$$

$2\pi + \frac{\pi}{6}$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \cdot \frac{\pi}{3} > 0.$$

$$\pi - 2x = \pi - \frac{13\pi}{3} \leq 0.$$

$x > 3\pi$ не подходит.

$$x \in [-\pi; 0]:$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(x + \frac{\pi}{2})).$$

$$10x + 5\pi = \pi - 2x.$$

$$12x = -4\pi.$$

$$x = -\frac{\pi}{3}.$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\pi - 2x = \pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \text{ — не подходит.}$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(-x - \frac{\pi}{2})).$$

$$-10x - 5\pi = \pi - 2x.$$

$$8x = -6\pi.$$

$$x = -\frac{3\pi}{4}.$$

$$10 \arcsin(\cos x) = -\frac{\pi}{4} \cdot 10 = -\frac{5\pi}{2}.$$

$$\pi - 2x = \pi + \frac{3\pi}{2} > 0 \text{ — не подходит.}$$

$$x \in [-2\pi; -\pi]:$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(x + \frac{3\pi}{2})).$$

$$10x + 15\pi = \pi - 2x. \quad 12x = -14\pi.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -\frac{7\pi}{6} : \text{не подходит}$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{10\pi}{3} < 0.$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\pi - 2x = \pi + \frac{7\pi}{3} \neq 0$$

~~хх~~

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(-x - \frac{3\pi}{2}))$$

$$-10x - 15\pi = \pi - 2x.$$

$$8x = -16\pi.$$

$$x = -2\pi.$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 5\pi$$

$$1$$

$$\pi - 2x = 5\pi - \text{не подходит}$$

$$x < -2\pi \text{ не подходит}$$

Ответ: $\{-2\pi, -\frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}, 3\pi\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0. & 1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 10)^2 - 36) = 0 & 2). \end{cases}$$

проект

$$1) : y = \frac{ax + 4b}{3}$$

2) :

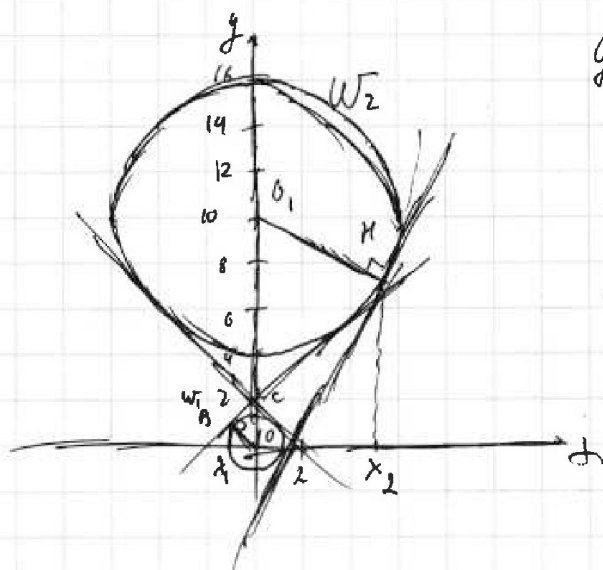
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1. & \text{— окр. с цент. } (0, 0); \text{ радиус } 1 \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 & \text{— окр. с цент. } (0, 10); \text{ радиусом } 6. \end{cases}$$

У решения будет $\Leftrightarrow$ прямая.

$$ax - 3y + 4b = 0 \text{ — зв. а}$$

углы наклона $>$ чем
единица

сечение
для обеих окр.



для внешней касат. W б: $\frac{m}{n} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
длина отрезка
длина отрезка между касат. только вектор

$$y_{\text{кас}} = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

x_0 — касание

$\triangle OCB \sim \triangle O, CK$

по двум углам $\angle O, CK = \angle OCB$

$\angle O, HC < \angle OBC = 90^\circ$

для W_1 : $x < 0, y > 0$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1 \\ y &= \sqrt{1 - x^2} \end{aligned}$$

$$y' = \frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

для W_2 :

$$\begin{aligned} x > 0; \\ y < 10. \\ 10 - y &= \sqrt{36 - x^2} \end{aligned}$$

$$y = 10 - \sqrt{36 - x^2}$$

$$y' = 10 + \frac{x}{\sqrt{36 - x^2}}$$

$$x_2 = -6x_1 \text{ — т.а.}$$

в радиусе $\frac{O_1H}{OB} = 6$

$$\frac{(1 - x^2)^{1/2}}{2\sqrt{1 - x^2}} = \frac{-2x}{2\sqrt{1 - x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

для w_1 : $y_{кас1} = \sqrt{1-x_1^2} + \left(-\frac{x_1}{\sqrt{1-x_1^2}}\right) \cdot (x-\frac{x_1}{2}) = \frac{1-x_1^2}{\sqrt{1-x_1^2}} + \frac{x_1^2}{\sqrt{1-x_1^2}} - \frac{x_1 \cdot x}{\sqrt{1-x_1^2}} =$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-x_1^2}} - \frac{x_1 \cdot x}{\sqrt{1-x_1^2}}$$

для w_2 : $y_{кас1} = -\sqrt{36-x_2^2} + 10 + \left(1 + \frac{x_2}{\sqrt{36-x_2^2}}\right) (x-x_2) =$

минимум

$$= \frac{-36+x_2^2}{\sqrt{36-x_2^2}} + 10 + x \cdot \frac{1+x_2}{\sqrt{36-x_2^2}} - \frac{x_2^2}{\sqrt{36-x_2^2}} =$$

$$= -\frac{36}{\sqrt{36-x_2^2}} + 10 + \frac{x \cdot x_2}{\sqrt{36-x_2^2}}$$

$$\frac{0,1}{10} = \frac{6}{1}$$

$$0,1 = 60, 0,1 + 60 = 10$$

Итак, что в силу симметрии отн. $x=0$ не считаем.

$$0,1 = 60$$

$$70 = 10$$

$$10 = \frac{10}{7}$$

$$x=0, y_{кас1} = \frac{10}{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x_1^2}} = \frac{10}{7}$$

$$0,49 = 1-x_1^2$$

$$x_1^2 = \pm 0,51 - \text{та в 2 стороны}$$

$$x_1 = \pm \sqrt{0,51}$$

$$t = \pm \frac{\sqrt{0,51}}{0,7}$$

$$y_{кас1} = \pm \frac{\sqrt{0,51}}{0,7}$$

$$y_{кас1} = \pm \frac{\sqrt{0,51}}{0,7}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Покажем, что при $k \in (-\infty; -\frac{\sqrt{0,51}}{0,7}) \cup (\frac{\sqrt{0,51}}{0,7}; +\infty)$
не существует

3) вводящий член, образующий
экстремум.

$$\frac{4}{3} \sqrt{1-\frac{1}{k}} \geq k = \frac{a}{3} \Rightarrow a \geq 3k$$

$$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}) \cup (\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}; +\infty)$$

Отметим, что при $a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}) \cup (\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3.$$

$\sqrt[3]{x^3} = x$ — можно брать
раз оран

$$\log_5^4(2x) + 3 = \log_{2x} 5 \cdot \sqrt[3]{5} \cdot 5^3$$

ООД, $x, y > 0$.
 $x \neq \frac{1}{2}; y \neq 1$

$$\log_5^4(2x) - \log_{2x} 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3. \quad (1)$$

$$\log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_y 5^{4 \cdot \sqrt[3]{5} - 3}$$

$$\log_{y^{30,2}} = -\log_y \sqrt[3]{5}$$

$$\log_5^4 y + \log_y 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3.$$

$$(-\log_5 \frac{1}{y})^4 + \log_y 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3.$$

$$\log_5^4 \frac{1}{y} - \log_{\frac{1}{y}} 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3. \quad (2)$$

заметьте, что если найдётся $2x$ — y , то $\frac{1}{y} = 2x$ — тогда y
и все корни $\frac{1}{y} = 2x$.
удовлетворяет $xy = \frac{1}{2}$ — ед. знак

Ответ: $xy = \frac{1}{2}$.



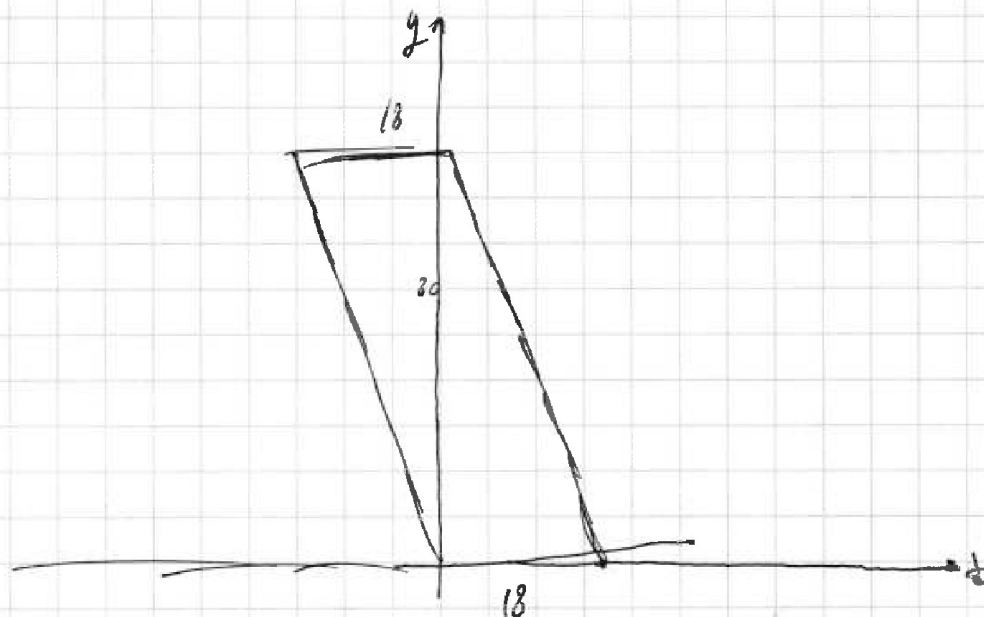
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45.$$

$$y_2 - y_1 = \frac{45}{15} - 5 \frac{(x_2 - x_1)}{15}$$

$$y_2 - y_1 \in [-5; 15].$$

$$(y_2 - y_1) \in [-80; 80]$$

$$(9 - x_2 + x_1) \in [-16; 16]$$

$$(x_1 - x_2) \in [-25; 7]$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$CM \cdot MB = \frac{2}{3} CC_1 \cdot \frac{2}{3} BB_1 = \frac{4}{9} CC_1 \cdot BB_1$$

$$S_{CMB} = \frac{100}{3} = \frac{CM \cdot MB}{2} \Rightarrow CM \cdot MB = \frac{200}{3}$$

$$CC_1 \cdot BB_1 = \frac{9}{4} CM \cdot MB$$

$$CC_1 \cdot BB_1 = \frac{200}{3} \cdot \frac{9}{4} = 150$$

$$AA_1 = 24$$

$$AA_1 \cdot CC_1 \cdot BB_1 = 150 \cdot 24 = 600 \cdot 6 = 3600$$

Заметим, что если Ω касается BCS , то Ω вписана.

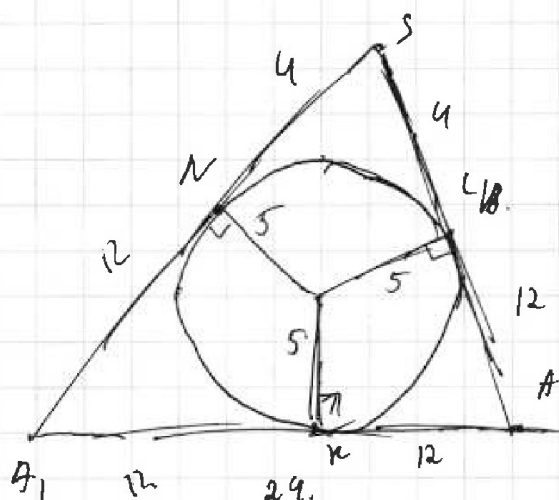
в $AS + (BCS)$,

то вписана в $AS + (ABC)$

вписана в двугр. угол $A(BC)S$.

то касания Ω с плоскостями $\frac{1}{3}$ от AM

ср. выходящей чертой



проходит одна прямая,

SN проходит $\frac{1}{3}$ от A .

от касания полукруга

$$SA_N = SL = SN;$$

$$AL = AK; AN = AK.$$

$$SN = 4 = SL \Rightarrow AL = 16 - 4 = 12 =$$

$$AK.$$

$$AK = 24 - 12 = 12 = AN$$

$$SA_1 = 16.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Sk

м.к. $SA_1 \perp SA$, то $\angle$ из м.с на

AA_1 полаг. б.м.к. ($A_1K \perp AA_1$)

и.

$SK \perp AA_1$

м.к. $\angle$ вписана в $\angle SA_1A$,

плоск. (с о.в.) делит двугр. угол пополам

$$\operatorname{tg} \angle = \frac{OK}{A_1K} = \frac{5}{12}$$

$$\operatorname{tg} 2\angle = \frac{\frac{5}{12}}{1 - \left(\frac{5}{12}\right)^2} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{7}{12} \cdot \frac{17}{12}} = \frac{24 \cdot 5}{7 \cdot 17} = \frac{120}{119}$$

Отметим $AA_1, BB_1, CC_1 = 3600$; $\angle ABC = \arctg \frac{120}{119}$

$$\frac{7 \cdot 17}{119}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☒	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin(\sin(\frac{3\pi}{2}-x)) = \frac{3\pi}{2}-x$$

$$x > \pi$$

$$x \in (\pi, 2\pi)$$

$$x = \frac{3\pi}{2}$$

$$\cos x = 0$$

$$\sin x =$$

$$\arcsin 0 = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{2}-x) = \sin x$$

$$\frac{\pi}{2}-x$$

$$\frac{3\pi}{2}-x$$

$$x - \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = \sin(\frac{\pi}{2}-x)$$

$$\pi - (\frac{\pi}{2}-x) = \frac{\pi}{2}+x$$

$$2,5\pi =$$

$$\cos \frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{3\pi}{2}-x$$

$$\frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{4} = \pi - \frac{7\pi}{2} =$$

$$=$$

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$abc: 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{39}$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ 10 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$14+20+21=55$$

$$\begin{array}{r} a \quad b \quad c \\ 20 \quad 5 \quad 3 \quad 9 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$12+17+39=68$$

$$\begin{cases} a+b=14 \\ b+c=20 \\ a+c=22 \end{cases}$$

~~29~~

$$\begin{array}{r} 28 \\ 7+10+11= \\ =28 \\ c=14 \\ a=8 \\ b=6 \end{array}$$

abc

$$a=2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{22}$$

$$b=2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^4$$

$$c=2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{17}$$

$$\begin{array}{l} a=8 \\ c=5 \\ b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ 139 \\ \hline 68 \end{array}$$



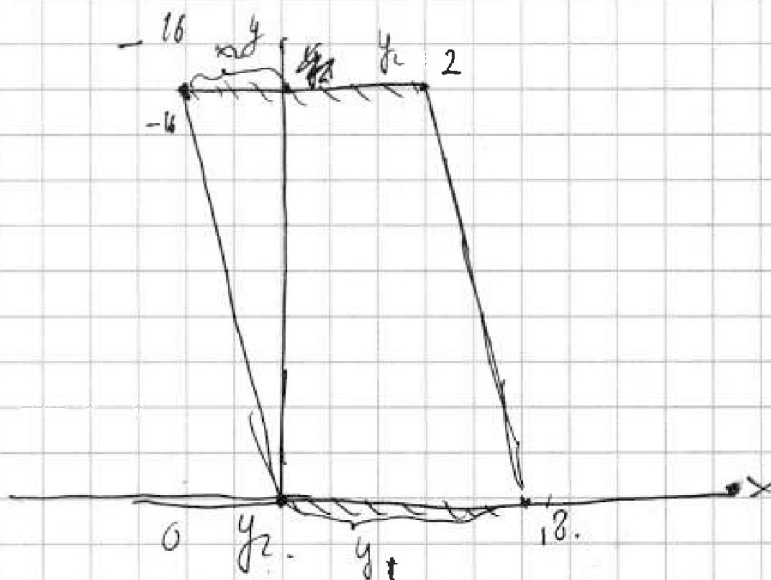
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5(x_2 - x_1) + y_1 - y_2 = 45$$

$$(18; -18) \quad (-80; 80)$$

$$\begin{matrix} -90; 90 \\ (90; -90) - 45 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -80 \\ (-34.5; 34.5 - 45) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (y_1 - y_2) \\ (-80; 80) \end{matrix}$$

$$(y_1 - y_2) \cdot (-80; 80)$$

$$\begin{matrix} -80 \\ -75 \end{matrix}$$

$$y_1 - y_2 = -80 \quad 45 - 80 = -35$$

$$45 - 75 = -30$$

$$x_2 - x_1 = 6$$

$$5(x_2 - x_1) = -35$$

$$x_2 - x_1 = 7$$

$$x_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x.$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi - 2x}{10}.$$

$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ~~cos x~~

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$\frac{4\pi}{10} = \frac{8x}{10}$$

$$x = \frac{\pi}{2}.$$

$$\arcsin(\sin(x - \frac{\pi}{2})) = \frac{\pi - 2x}{10}$$

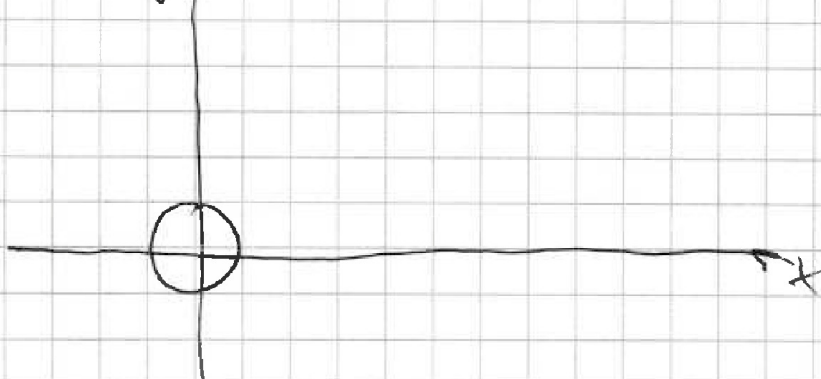
$$x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi - 2x}{10}$$

~~$$\frac{12x}{10} = \frac{3\pi}{10}$$~~

н.к.

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 4)(x^2 + (y - 10)^2 - 36) = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{4b}{3} + \frac{ax}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№1

$$ab = n \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc = k \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac = z \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$abc = \sqrt{n k z} \cdot 2^{17} \cdot 3^{33}$$

$$\frac{3\pi}{2}$$

$$10 \arcsin \frac{1}{11} = \pi - 3\pi$$

№2

$$14 + 20 + 21 = 55$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

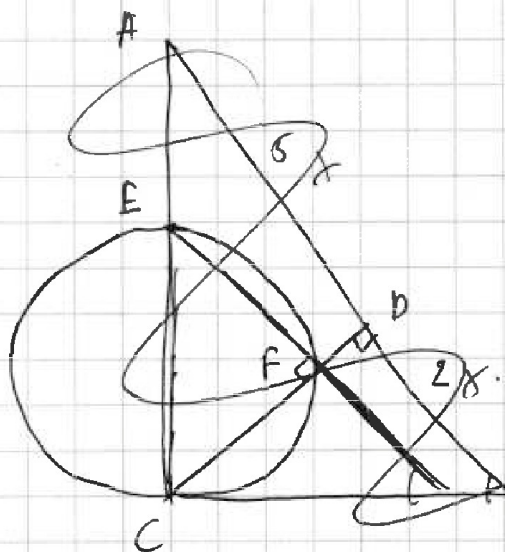
$$2 \times 6 \left(-5\pi, 5\pi \right)$$

$$2 \times 6 \left(-4\pi, 6\pi \right)$$

$$6 \times 2 \left(3\pi, 2 \right)$$

$$10 \arcsin \frac{1}{11} = \pi - 3\pi$$

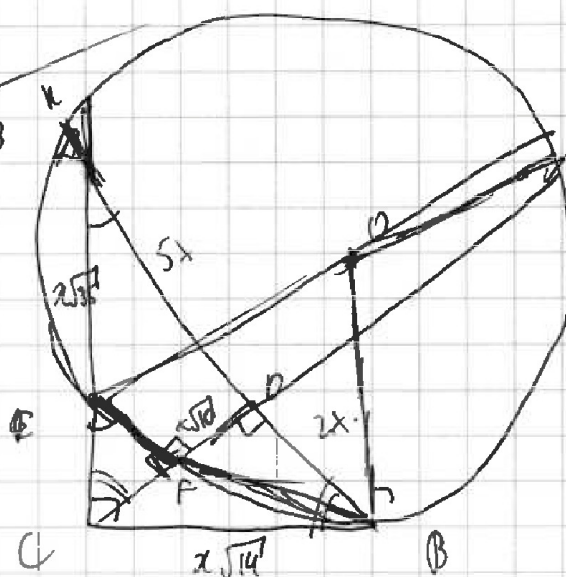
$$5\pi - \pi$$



CE-диам $\angle EFC = \angle ADC = 90^\circ$

соединим AB и EF
сек CD

$$\overline{CB} = CA = \text{...}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y_{кас} = \frac{-x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} + \frac{x_0^2 + 1 - x_0^2}{\sqrt{1-x_0^2}} =$$

$$= x \left(-\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} \right) + \frac{1}{\sqrt{1-x_0^2}}$$

$$y = \sqrt{36-x^2} + 10$$

$$y_{кас} = x \left(-\frac{x_0}{\sqrt{36-x_0^2}} \right) + \frac{36}{\sqrt{36-x_0^2}} + 10$$

$$x=0:$$

$$\frac{36}{\sqrt{36-x_1^2}} + 10 = \frac{1}{\sqrt{1-x_0^2}}$$

$$36 \sqrt{1-x_0^2} + 10 \sqrt{36-x_0^2} = x^2 + x_1^2 + x_0^2$$

$$-\sqrt{36-x_0^2} = 0$$

$$x_1 = 6x_0$$

$$36 \sqrt{1-x_0^2} + 10 \sqrt{36}$$

$$x^2 + y^2 = 20$$

$$y = \sqrt{1-x^2}$$

$$y' = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y_{кас} = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$$

$$y_{кас} = -\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}}(x-x_0) + \sqrt{1-x_0^2}$$

$$x = -\frac{4b}{a}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45.$$

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$

$$\frac{\sqrt{3a^2}}{2} \quad \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{2x} 625 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \log_{2x} 5 = \log_{2x} 5^3 - 3$$

$$\log_5^4(2x) + 3 = \log_{2x} 5^3 \cdot 5^3$$

~~log~~

$$\log_5^4 y + \log_y 5^4 = \log_y 5^3 - 3$$

$$\log_5^4 y + 3 = -\log_y 5^4 \cdot \sqrt[3]{5}$$

$$V_0 \quad V_0 \quad 0 < y < 1$$

$$\boxed{2x = \frac{1}{y}}$$

$$xy = \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

