



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 1

~~abc~~
~~abc~~

$$a = 2^{x_1} \cdot 3^{y_1} \cdot 5^{z_1}$$

$$abc = 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 3^{y_1+y_2+y_3}$$

$$b = 2^{x_2} \cdot 3^{y_2} \cdot 5^{z_2}$$

$$c = 2^{x_3} \cdot 3^{y_3} \cdot 5^{z_3}$$

Погда из условия попарно:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 7 & (1) \\ x_2 + x_3 \geq 13 & (2) \\ x_1 + x_3 \geq 14 & (3) \\ y_1 + y_2 \geq 14 & (4) \\ y_2 + y_3 \geq 15 & (5) \\ y_1 + y_3 \geq 17 & (6) \\ z_1 + z_2 \geq 14 & (7) \\ z_2 + z_3 \geq 18 & (8) \\ z_1 + z_3 \geq 13 & (9) \end{cases}$$

П.к. содержания в абе степеней 2, 3 и 5
не зависят друг от друга найдем минимум

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = \min_x & (1) \\ y_1 + y_2 + y_3 = \min_y & (2) \\ z_1 + z_2 + z_3 = \min_z & (3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (2) &\Rightarrow x_3 \geq 13 - x_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (3) \Rightarrow x_1 + 13 - x_2 \geq 14 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_1 \geq x_2 + 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1) \Rightarrow x_2 + 1 + x_2 \geq 7 \\ &\quad x_2 \geq 3 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	6 ☐	7 ☐
--	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1. Тогда $x_1 + x_2 + x_3 \geq 13$ - достигаемо
(программально) при $x_1 = 4, x_2 = 3, x_3 = 0$

$$y_1 + y_2 + y_3 \geq 17 + y_2$$

$$U_1 (4) \Rightarrow y_1 \geq 11 - y_2 \Rightarrow (6) 11 - y_2 + y_3 \geq 17$$

$$\Rightarrow y_3 \geq y_2 + 6 \Rightarrow (5) \Rightarrow 2y_2 + 6 \geq 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_2 \geq 5$$

Тогда $y_1 + y_2 + y_3 \geq 17 + 5 = 22$ - достигаемо

при $y_1 = 6, y_2 = 5$ и $y_3 = 11$

$$z_1 + z_2 + z_3 \geq 43 + z_2$$

$$(7) \Rightarrow z_1 \geq 14 - z_2$$

$$(8) \Rightarrow 14 - z_2 + z_3 \geq 43 \Rightarrow z_3 \geq 29 + z_2$$

$$(8) \Rightarrow z_2 + 29 + z_3 \geq 18 \Rightarrow z_3 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z_1 + z_2 + z_3 \geq 43 - \text{достигаемо при}$$

$$z_1 = 14$$

$$z_3 = 29, z_2 = 0$$

Тогда $abc \geq 2^{13} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$ - ~~при достижении~~

при $a = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^{14}, b = 2^3 \cdot 3^5$ и $c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{29}$

Ответ: $2^{13} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

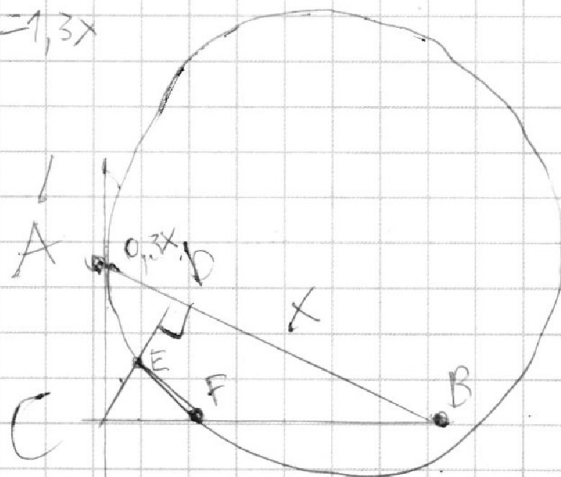
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$BD = x \Rightarrow$$

$$AB = 1,3x$$



$$CD = \sqrt{0,3x \cdot x} = \sqrt{0,3x}$$

— как высота

$$AC = \sqrt{0,89x^2 + 0,3x} =$$

$$= \sqrt{0,39x}$$

$$BC = \sqrt{0,3x^2 + x^2} = \sqrt{1,3x}$$

$$\angle CAB = \beta$$

Пусть $\angle EAE = \alpha$, $\angle EAB = \beta - \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle AED = 90 + \alpha - \beta \Rightarrow \angle DEO =$$

$$= \angle OEA - \angle AED =$$

$$\angle OAE - \angle AED =$$

$$= 90 - \alpha - 90 - \alpha + \beta = \beta - 2\alpha$$

$$\angle DEF = 90 = \angle EPB, \text{ м.к}$$

$$EF \parallel BD \Rightarrow$$

$$\angle OEF = 90 - \beta + 2\alpha \Rightarrow$$

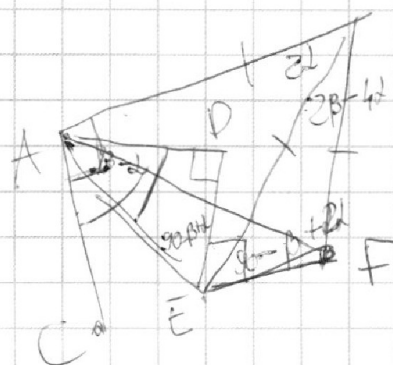
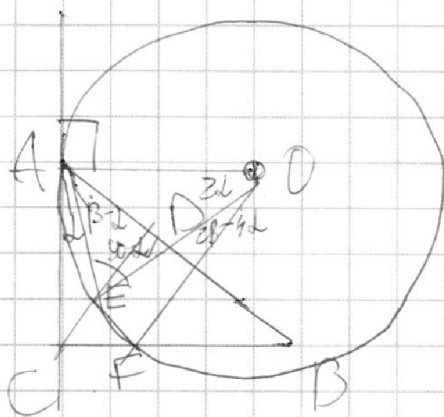
$$\Rightarrow \angle AOF = 180 - 2\angle OEF =$$

$$= 2\beta - 4\alpha \Rightarrow \angle AOF =$$

$$= 2\beta - 4\alpha + \angle AOE =$$

$$= 2\beta - 4\alpha + 180 - 2\angle AED =$$

$$= 2\beta - 4\alpha + 180 - 2(90 - 2\alpha)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

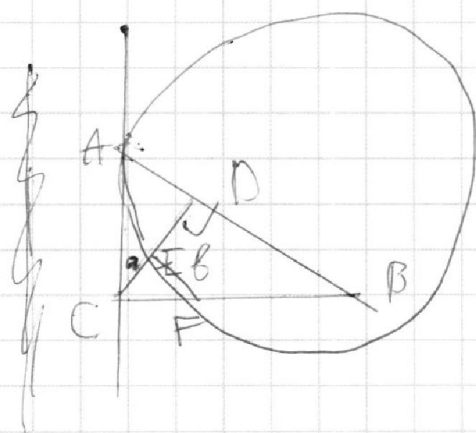
МФТИ

N 2 (продолжение)

$$= 2\beta - 2\alpha \Rightarrow \angle ADF = 2\beta - 2\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle EAF = \frac{1}{2} \angle AOF = \beta - 2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ ~~изготавяваме~~ AF. $\angle CAF = \angle EAD = \beta - \alpha$



$$\triangle EAD \sim \triangle CAF \Rightarrow$$

$$\frac{CF}{AC} = \frac{ED}{AD} \quad (1)$$

$$CE=a, FE=b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CF = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CDB: \frac{CE}{CD} = \frac{EF}{BD} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{3}x} = \frac{b}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{0,36}$$

$$r(1) \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{0,39}} = \frac{\sqrt{0,3x - a}}{0,3x}$$

$$\sqrt{1,38} = \sqrt{0,3(\cancel{2}-6)} \sqrt{0,39}$$

$$(\sqrt{1,3} + \sqrt{0,3} \cdot \sqrt{0,39}) \cdot 6 = \sqrt{0,3} \cdot \sqrt{0,39} \times$$

$$\frac{S_{ACR}}{S_{CEF}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{0,3x} \cdot 0,3x}{\frac{1}{2} ab} = \frac{\sqrt{0,3x} \cdot 0,3x}{\sqrt{0,3} b^2} = 0,3 \cdot \left(\frac{\sqrt{0,3+0,3-0,39}}{\sqrt{0,3}} \right)^2 = 1,3$$

Qurbani. $\frac{26.9}{3}$

$$= \frac{1,3^2}{0,3} = \frac{1,69}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N3: 5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$\arccos y \in [0, \pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq \pi$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2} \Rightarrow x - \frac{\pi}{2} \in [-\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}]$$

$$I \text{ cl: } x - \frac{\pi}{2} \in [0, \pi] \Rightarrow \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = x - \frac{\pi}{2}$$

$$x - \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow x = \pi - 4\pi$$

$$II \text{ cl: } x - \frac{\pi}{2} \in [\pi, 2\pi] \Rightarrow \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = x - \frac{3\pi}{2}$$

$$x - \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{9}{4}\pi - 4\pi$$

$$III \text{ cl: } x - \frac{\pi}{2} \in [2\pi, 3\pi] \Rightarrow \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = x - \frac{5\pi}{2}$$

$$x - \frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{4}{5}x = \frac{28\pi}{10} \Rightarrow x = \frac{7}{2}\pi - 4\pi$$

$$IV \text{ cl: } x - \frac{\pi}{2} \in [-2\pi, -\pi] \Rightarrow \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = x + \frac{3\pi}{2}$$

$$x + \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{4}{5}x = -1,2\pi \Rightarrow x = -\frac{3}{2}\pi - 4\pi$$

$$V \text{ cl: } x - \frac{\pi}{2} \in [-\pi, 0] \Rightarrow \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = x + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}, \pi, \frac{9}{4}\pi, \frac{7}{2}\pi \right\} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

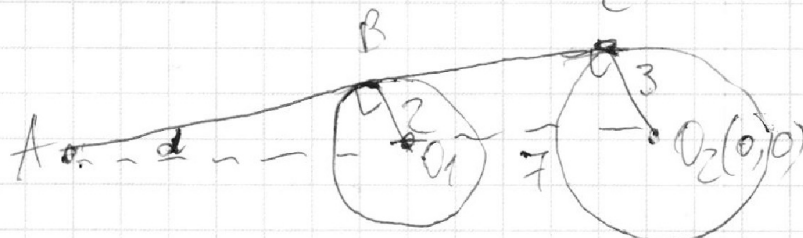


N 4 (продолжение)

Пусть i -я кае-то задана условной
коэф-нт $k_i \Rightarrow$ При $k > 0$: $k \in (k_3, k_1) \cup (k_1, +\infty)$

при $k < 0$: $k \in (k_2, k_4) \cup (-\infty, k_2)$

из симметрии $\Rightarrow k_1 = k_2$; $k_3 = -k_4$ из геометрии



$$\frac{AO_1}{AO_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$AO_1 = \frac{2}{3} AO_2 = \frac{2}{3} \cdot 7 = \frac{14}{3}$$

$$AO_1 = 14$$

$$k_1 = \tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{14^2 - 4}} = k_2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{148}}$$

из геометрии: $\frac{O_1 X}{X O_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow$

$$O_1 X = \frac{2}{3} (7 - O_1 X)$$

$$O_1 X = \frac{14}{5} = 2,8$$

$$k_4 = -\tan \alpha = -\frac{2}{\sqrt{2,8^2 - 4}} = -\frac{1}{\sqrt{0,96}} = -k_3$$

См. ответ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4: ПЛ.к. $k = -\frac{1}{3a} \Rightarrow a \in -\frac{1}{3k} \Rightarrow$
(проверка)

$$\Rightarrow a \in (-\infty, -\frac{1}{3k_1}) \cup$$

$$\cup (-\frac{1}{3}k_1, -\frac{1}{3}k_3) \cup (-\frac{1}{3}k_4, -\frac{1}{3}k_2) \cup (-\frac{1}{3}k_2, +\infty)$$

Ответ:

$$a \in (-\infty, -\frac{\sqrt{18}}{3}) \cup (-\frac{\sqrt{18}}{3}, -\frac{\sqrt{0,96}}{3}) \cup$$

$$\cup (\frac{\sqrt{0,96}}{3}, \frac{\sqrt{18}}{3}) \cup (\frac{\sqrt{18}}{3}, +\infty)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4: $\begin{cases} x+3ay-7b=0 & (1) \\ ((x+7)^2+y^2-4)(x^2+y^2-9)=0 & (2) \end{cases}$

~~f(1) - прямая с угл. к коор-ам $= -\frac{1}{3a}$~~

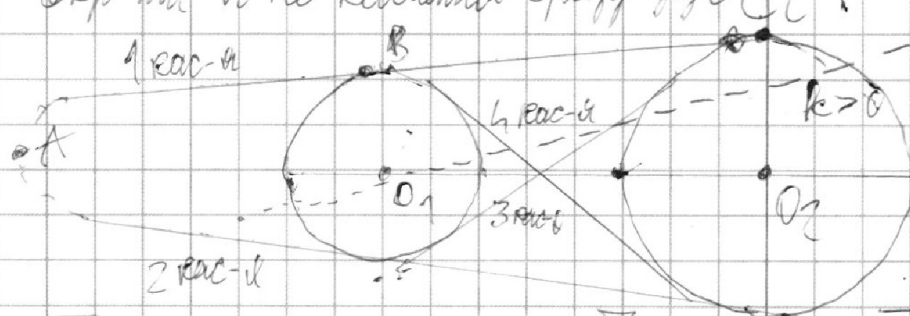
$f(1) \Rightarrow -\frac{1}{3a}x - \frac{7b}{3a} = y$ - прямая с $k = -\frac{1}{3a}$,
а т.к. $b \neq 0$, то это ~~процентная~~ ~~линейная~~ ~~прямая~~ ~~линейная~~

(2): $(x+7)^2+y^2=4$ - окр-ть с центром в $(-7, 0)$
и $R=2$

$x^2+y^2=9$ - окр-ть с центром в $(0, 0)$ и $R=3$

Построим эти окр-ти.

Заметим, что такое $b \neq 0$ есть,
если прямая заданная 1-м уравн
определяет $\exists$ z сдв
окр-ти и не касаясь сразу двух



Тогда прямая может быть $k > 0$
тогда ~~прямая~~ ~~по к~~ ~~методу 143~~
касательной (по k), либо ~~прямая~~
~~касательной~~ ~~касательной~~
аналогично сдв-но $k < 0$

Пусть l - и кас-я
и не кас-я
 I l : $0 \neq 0 \Rightarrow$
 $-\frac{1}{3a} \neq 0$
 $k < -\frac{1}{3a}$
 $k > 0$

$\exists$ $k, k > 0 \Rightarrow$
 $-\frac{1}{3a} < 0 \Rightarrow c = -\frac{1}{3a} < 0$
тогда $-\frac{1}{3a} < 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

WS (продолжение)

Заметим, что $g(-a) = f(a) \Rightarrow$

$$\Rightarrow b_1 \Rightarrow b_1 \neq a_2 = 0 \Rightarrow \log_7 6x + \log_7 y = 0$$

$$6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

$$\log_7 6x + \log_7 y = 0$$

$$6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Заметим, что $f'(a) = 4a^3 + \frac{3.5}{a^2} = 0$ при

$$a_0 = -\sqrt[5]{\frac{3.5}{4}} < 0$$

Заметим, что при $a > 0$ $f(a)$ монотонно
и возрастает от $-\infty$ до $+\infty \Rightarrow$ имеет 1

корень. При $a = 0$ $f(a)$ ~~не~~ убывает

~~и~~ при a от $(-\infty, a_0)$ и возрастает

при $a \in (a_0, 0) \Rightarrow$ если $f(a_0)$, то

При $a < 0$ $f(a) > 4 > 0 \Rightarrow$ корней
не имеет.

Сл-но $f(a)$ имеет один корень, а м.к.

$f(a) = g(-a)$, но $g(b)$ тоже, причем $xy = 0$

Тогда $\log_7 6x + \log_7 y = \log_7 6xy = 0 \Rightarrow 6xy = 1$
 $xy = \frac{1}{6}$

Ответ: $xy = \frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 5:

$$\log_7^4 6x - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2}^{343} - 4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_y 2(7)^4 - 4$$

$xy = ?$

$$\log_7 6x = a \Rightarrow \begin{cases} a^4 - \frac{2}{a} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{a} - 4 \end{cases}$$

$$\log_7 y = b \Rightarrow \begin{cases} b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2b} - 4 \end{cases}$$

$$\log_{6x} 7 = \frac{1}{a}$$

$$\log_y 7 = \frac{1}{b}$$

$$\begin{cases} a^4 - \frac{3.5}{a} + 4 = 0 \end{cases} = F(a) = 0$$

$$\begin{cases} b^4 + \frac{3.5}{b} + 4 = 0 \end{cases} = G(b) = 0$$

$$F(a) - G(b) = a^4 - \frac{3.5}{a} + 4 - b^4 - \frac{3.5}{b} - 4 =$$

$$= (a-b)(a+b)(a^2+b^2) - 3.5 \frac{(a+b)}{ab} = 0$$

$$F(a) = a^4 + \frac{3.5}{a^2} = 0 \Rightarrow$$

одни экстремумы
 $a = \sqrt[5]{\frac{3.5}{4}} \Rightarrow$ п.к.

$F(\frac{1}{2}) < 0$, а $a^4 > \frac{3.5}{a^2}$ при больших a ,
 то $F(a)$ равно 2 корня a_1, a_2
 Аналогично $G(b)$ - 2 корня b_1, b_2

ОДЗ:

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x > 0$$

$$x \neq 1$$

$$y > 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение: Заметим, что ГМ. точек $B(x_2, y_2)$ относительно $A(x_1, y_1)$ таковы, что $4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 49$ — ромб с диагоналями 10 и 40. На его границе, перпендикулярном AB

$$\text{содержащая } \frac{40}{\left(\frac{4}{1}\right)} \cdot 4 =$$

$= 40$ различных точек B с целочисленными координатами

Заметим, что 2 стороны ромба $\parallel$ 2 сторонам $\parallel$ -ого

т.к. $\frac{4}{1} = \frac{68}{17}$ — обозначим их за I и II

Заметим, что длина стороны I — 10×19

т.к. $10 < 19 < 10$. Тогда ~~сразу~~ либо, либо

II сторона полностью выйдет за пределы параллелограмма, а как-то ~~в него~~ ~~не войдет~~

Будет ~~посчитано~~ как одна (и не посчитано ~~будет~~ ~~внутри~~ Тогда

$A(x_1, y_1) \in \text{граница: } \begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 68 \\ -\frac{4}{1}x_1 \leq y_1 \leq -\frac{1}{4}(x_1 + 19) \end{cases}$ т.к. внутри ~~граница~~

$B(x_2, y_2): \begin{cases} 0 \leq x_2 \leq 68 \\ -\frac{4}{1}x_2 \leq y_2 \leq -\frac{1}{4}(x_2 + 49) \end{cases}$

$$\begin{cases} 0 \leq x_2 \leq 68 \\ -\frac{4}{1}x_2 \leq y_2 \leq -\frac{1}{4}(x_2 + 49) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 6



~~$$y_2 = \frac{1}{4}(x_2 - x_1 - 10)$$~~

~~$$y_2 = -\frac{1}{4}(x_2 - x_1 - 10)$$~~

~~$$y_2 = \frac{1}{4}(x_2 - x_1 + 10)$$~~

~~$$y_2 = \frac{1}{4}(x_2 - x_1 - 10)$$~~

Углы
сторон
ромба



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

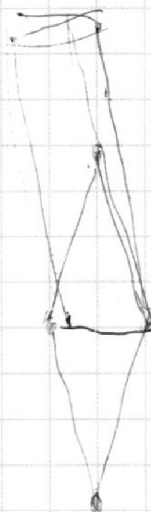
$$y_1 > -\frac{1}{4}x_1$$

$$y_1 < -\frac{1}{4}x_1 + 19$$

$$0 < x_1 < 68$$

$$y_2 = -\frac{1}{4}x_2 - 40$$

$$y_2 = -\frac{1}{4}x_2 + 40$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

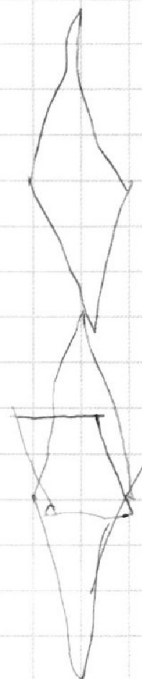
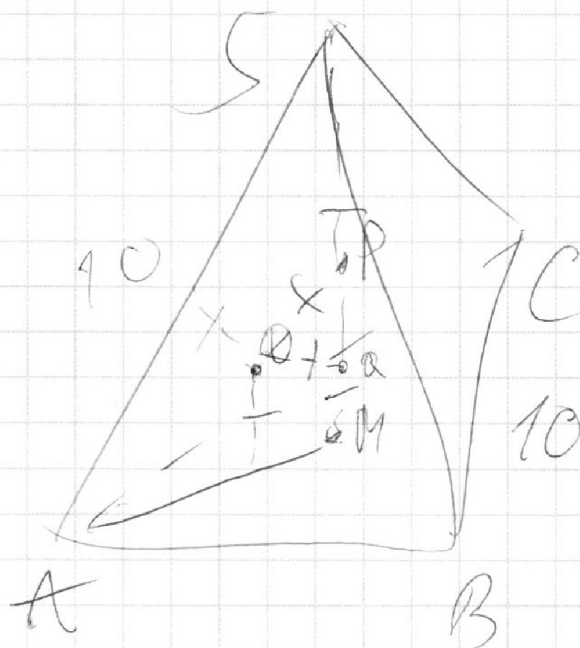
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

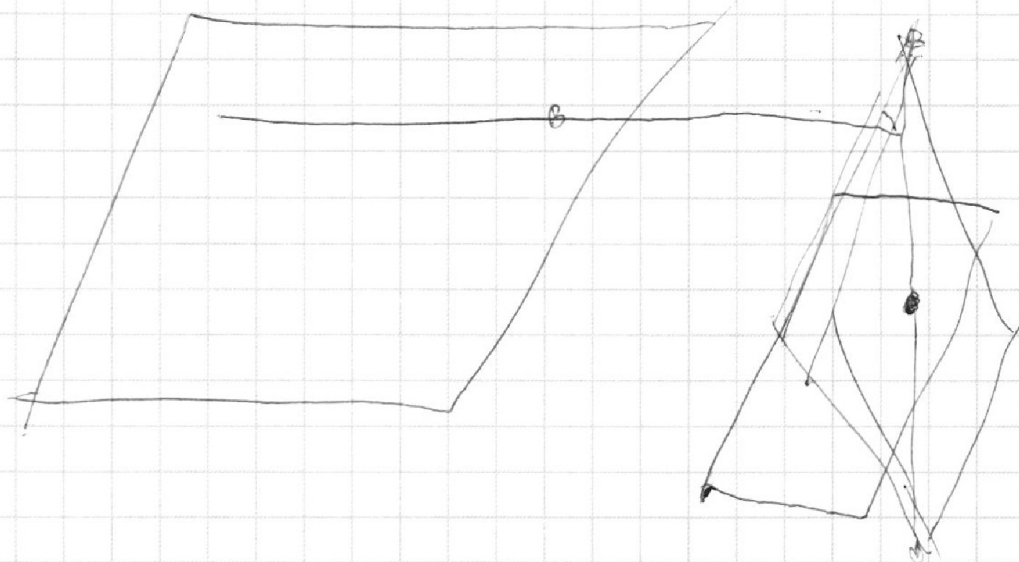


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



No.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$90^\circ - 2 - (90^\circ - \beta + 2) = \beta - 2$

$a^5 + 4a - 3,5 = 0$

$\frac{68}{17} = 4$

$\frac{AX}{AC} = \frac{EF}{AC}$

$2a_2 + 4 + 2a_1$

$a_1 a_2 = 0$

$-a_2 - a_1$

$\left(\frac{1}{2} + 2\right)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) + 3,5$

$19 - 10 = 11$

$(a_1 - a_2)$

$a_1^4 - a_2^4 - 3,5(a_1 a_2) = 0$

$F(a) = a^4 - \frac{3,5}{a} + 4 = 0$

$90^\circ - 2 + x = 180^\circ - \beta + 2$

$x = 90^\circ - \beta + 2$

$\frac{CE}{AC} = \frac{EF}{AC}$

$\sqrt{x^2 + (a-x)^2}$

$x_2 - x_1 + 4 - \frac{a_2}{2} = 0$

90°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(a^2b - ab^2)(a^2 + b^2) = a^4b - a^3b^2 + a^2b^3 - ab^4 - 3,5$$

$$a+b = \log_7 6xy =$$

$$a^4b^4 - \frac{3,5}{a} + \frac{3,5}{b} = 0$$

$$(a-b)(a+b)(a^2+b^2) =$$

$$\frac{1}{2} 0,3x \cdot 0,3$$
$$\frac{3,5(a+b)}{ab} = 0$$

$$(a+b) \left\{ \begin{array}{l} a_1 \\ a_2 \end{array} \right.$$

$$b - \frac{5}{2} = 3,5$$

$$\log_7 26x = a$$

$$a^4 - \frac{2}{a} = \frac{3,5}{2a} - 4$$

$$4a^3 + \frac{3,5}{a^2} = 0$$

$$a^4 - \frac{3,5}{a} + 4 = 0$$

$$a^5 - 3,5 = 0$$
$$a^5 + 4a - 3,5 = 0$$

$$\frac{5}{2} 0,3x = 2$$
$$b^4 + \frac{5}{b} = \frac{5}{2b} - 4$$

196-

$$\left\{ \begin{array}{l} b^4 - \frac{3,5}{a} + 4 = 0 \\ b^4 + \frac{3,5}{b} + 4 = 0 \end{array} \right.$$

$$\log_7 6x$$

$$(a+b)(a-b)$$

$$ab(a-b)(a^2+b^2) =$$
$$= a^3 - a^2$$

$$2a^2 + b^2 = 2$$
$$4 \div$$

В черновик

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

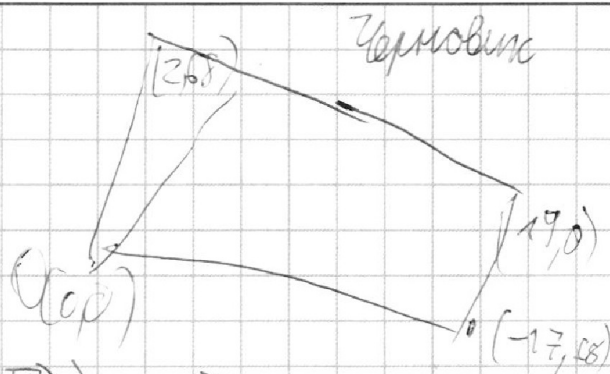
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

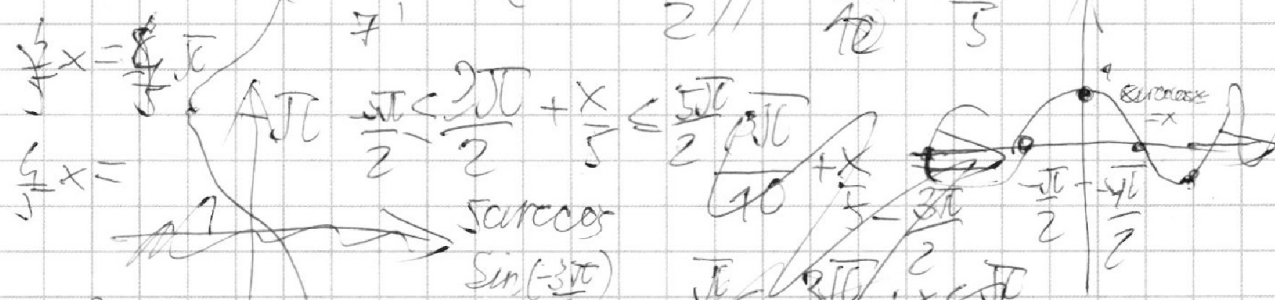
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1: $ab = 2 \cdot 7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$
 $bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$
 $ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$



N3: $\arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$



$\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq \pi$
 $\frac{x}{5} \leq \pi - \frac{3\pi}{10} = \frac{7\pi}{10}$
 $x \leq \frac{7\pi}{2}$

$\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \geq 0$
 $\frac{x}{5} \geq -\frac{3\pi}{10}$
 $x \geq -\frac{3\pi}{2}$

$\arccos(\cos 2\pi) = 0$
 $\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} = 0$
 $x = -\frac{3\pi}{2}$

$6\pi \geq x \geq -4\pi$

$\arccos(\cos \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$
 $\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$
 $x = \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{10} = \frac{\pi}{10}$

$\frac{4x}{5} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{10}$
 $\frac{4x}{5} = \frac{3\pi}{10} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{10}$
 $x = -\frac{\pi}{8}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

N1:

$$\begin{aligned}a &= 5^x \\ b &= 5^y \\ c &= 5^z\end{aligned}$$

$$\begin{cases}x+y \geq 13 \\ x+z \geq 18 \\ x+z \geq 43 \\ x+y+z = \min\end{cases}$$

$$43 - z + y \geq 13$$

$$y \geq 14 - 43 + z$$

$$z + 14 - 43 \geq 18$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 14 + x_2$$

$$x_3 \geq 13 - x_2$$

$$x_1 + 13 - x_2 \geq 14$$

$$x_1 \geq 1 + x_2$$

$$x_2 \geq 3$$

$$x_2 = 3 \Rightarrow$$

$$x_1 = 4$$

$$x_3 = 10.$$

$$g((x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$

$$z \geq \frac{47}{2} =$$

$$= 24$$

$$z = 24 \Rightarrow$$

$$x = 43 - 24 =$$

$$y_2 = 5$$

$$y_1 = 6$$

$$y_3 = 11$$

$$x \geq 14 - y$$

$$14 - y + z \geq 43$$

$$\frac{1}{5}x = -\frac{1}{5}\sqrt{5}$$

$$x = -\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

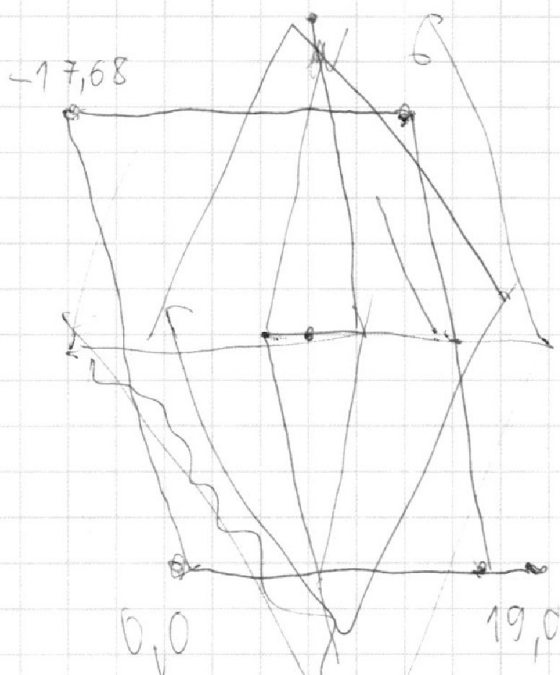
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.



$$a^4 - \frac{3,5}{a} + 4 = 0$$

$$(a+b)^4 - \frac{3,5}{a+b} + 4 = 0$$

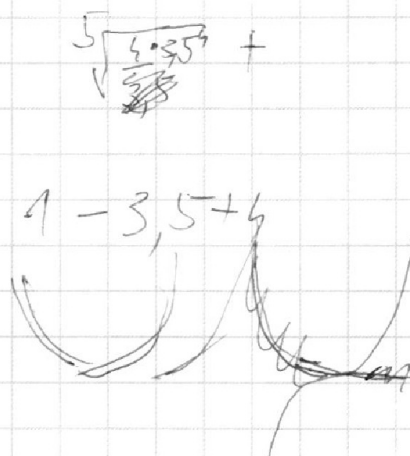
$$4a^3 + \frac{3,5}{a^2} = 0$$

$$a = \sqrt[5]{\frac{3,5}{4}}$$

$$(\sqrt{1,3})^2 = 0,3$$

$$\frac{(\sqrt{1,3} - 1,3)^2}{0,39} = \frac{1,3^2}{0,3}$$

$$\in \left(\frac{1}{2}, \frac{4}{3} \right)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

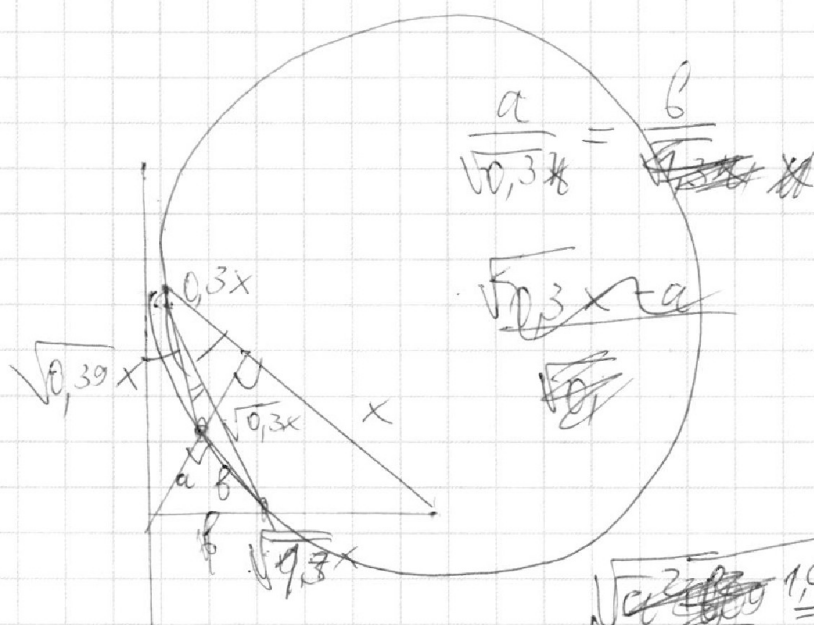
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\frac{\sqrt{a^2 - 0,39^2 x^2}}{0,39 x^2} = \frac{1,09 a^2}{0,39 x^2}$$

$$\frac{\sqrt{0,3x - a}}{0,3x}$$

$$\frac{1,09 a^2 \cdot 0,09}{0,39} =$$

$$\frac{0,3x \cdot \sqrt{0,3x}}{a^2 + b^2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

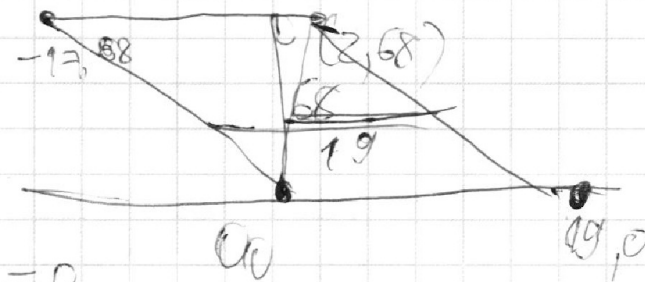
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

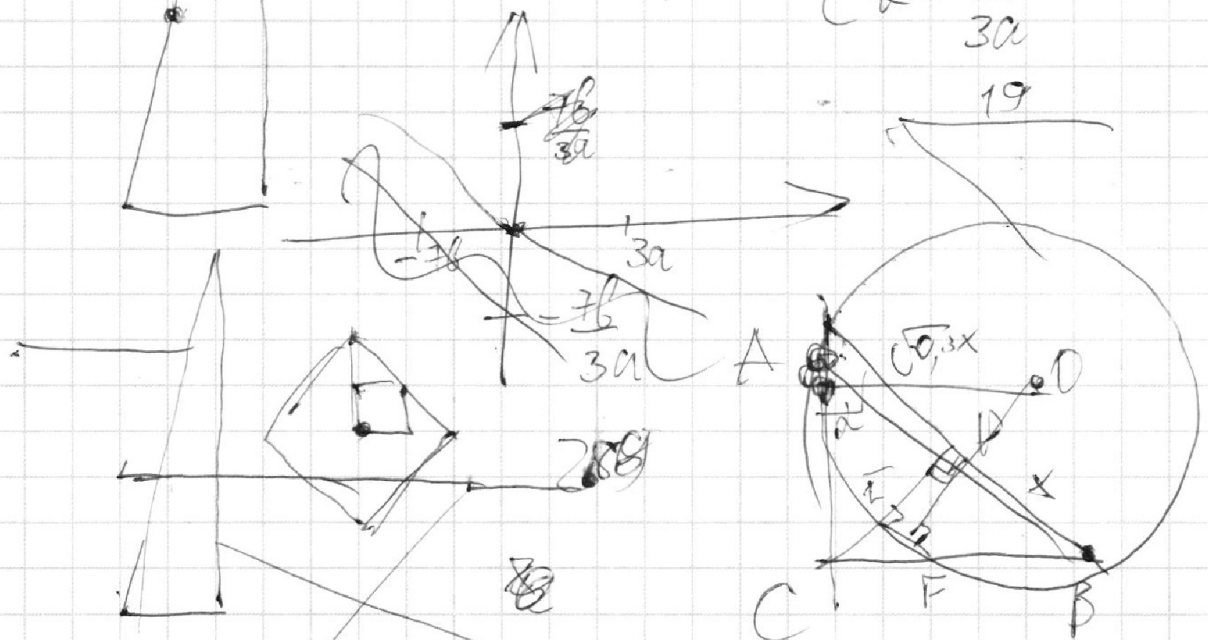
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\frac{x}{-17} + \frac{y}{-\frac{76}{3a}} + 1 = 0$$



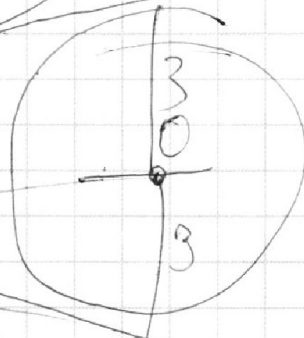
$$-17,68 \quad -\frac{1}{3a}x + 76 = y \text{ - прямая}$$
$$k = -\frac{1}{3a}$$



$$a_1 = \begin{matrix} 68 \\ 68 \\ 544 \\ 608 \\ 6624 \end{matrix}$$

$$\sqrt{4624} =$$

$$\begin{matrix} 2 \\ 72 \\ 144 \\ 5784 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

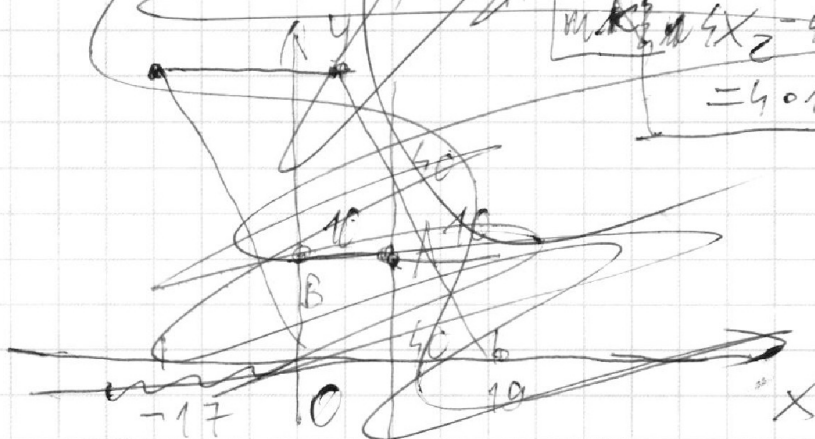
~~НБ: Замечает, что mn - в точках, отсюда $A(x_1, y_1)$ и так же, что $5x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 40$ -~~

~~Выглядит как ромб с отриц-ем диагоналей 40 и 10. Значит, что высоты паралле-~~

~~£68 и 79~~ Земляной, рудо ~~Каменистый~~
 расклевыва ~~10 см 0х~~
~~глубина почвенный~~ в ~~глубине~~ ~~глубина~~

~~Заметим, что расстояние между двумя~~
 ~~m -ми по осн. $Ox = 19 \leq 40 \leq 100$ в рм~~
~~всегда $\neq$ точки A и B будет существовать B~~
~~так, что $AB = 10$, $AB \parallel Ox \Rightarrow$ точки A и B подстроим~~

$$\boxed{M_{2,1}^5} = 4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 4 \cdot 10 + 0 = 40$$



Черновик