



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Пусть $\alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0, \gamma_1 \geq 0$;
 $\alpha_1 = 5, \beta_1 = 3, \gamma_1 = 9$.

Для минимальной $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 28$ — можно иметь
решение: $\alpha_2 = 8, \beta_2 = 7, \gamma_2 = 13$.

В том же направлении, т.е. $\alpha_3 + \beta_3 \geq 39, \gamma_3 \geq 0$,

$\Rightarrow \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 39$; Пусть $\alpha_3 = 39$;

$\alpha_3 = 17, \beta_3 = 20, \gamma_3 = 22$.

3) $a \cdot b \cdot c \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$, или

$a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{17}, b = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0, c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{22}$

Ответ: $abc(\min.) = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a \cdot b : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \quad (1)$$

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$b \cdot c : 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \quad (2); \text{ Пусть } a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3} \cdot d_1, \\ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \geq 0, d_1 \in \mathbb{N}.$$

$$a \cdot c : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \quad (3) \quad b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3} \cdot d_2, \quad d_2 \in \mathbb{N}$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3} \cdot d_3, \quad d_3 \in \mathbb{N}, \\ \alpha_1 + \beta_1 \geq 8, \alpha_2 + \beta_2 \geq 14, \alpha_3 + \beta_3 \geq 12$$

Получим, из условия (1) $\Rightarrow$:

из условия (2):

и из (3):

Получим,

$$(\alpha_1 + \beta_1) + (\beta_1 + \gamma_1) + (\alpha_1 + \gamma_1) \geq 8 + 12 + 14 = 34$$

$$(\alpha_2 + \beta_2) + (\beta_2 + \gamma_2) + (\alpha_2 + \gamma_2) \geq 14 + 20 + 21 = 55$$

$$(\alpha_3 + \beta_3) + (\beta_3 + \gamma_3) + (\alpha_3 + \gamma_3) \geq 12 + 17 + 39 = 68$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 17$$

$$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 27, 5; \text{ т.к. } \alpha_1, \beta_2, \gamma_2 \in \mathbb{Z} \geq 0 \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 28$$

$$\alpha_1 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 34$$

Получим, минимальное значение $(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1) + (\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2) + (\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3) = 17 + 28 + 34 = 79$

$$\Rightarrow a \cdot b \cdot c = 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 3^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2} \cdot 5^{\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3} \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$$

Это достигается при

$$a = 2^8 \cdot 3^7 \cdot 5^1$$

$$b = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^1$$

$$c = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\Rightarrow k = \frac{1 - \frac{\sqrt{10}}{5} \sqrt{\sqrt{14} - 2}}{1 - \frac{\sqrt{14}}{7}}$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{CDD}} = \frac{k^2}{1} \Rightarrow S_{CEF} = k^2 S_{CDD}$$

$$S_{CDD} = \frac{5}{7} S_{ABC} \Rightarrow$$

$$S_{CEF} = \frac{5}{7} k^2 S_{ABC} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{7}{5k^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} &= \frac{7}{5 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{10}}{5} \sqrt{\sqrt{14} - 2}\right)^2} = \frac{7 \left(1 - \frac{2\sqrt{14}}{7} + \frac{14}{49}\right)}{5 \left(1 - \frac{2\sqrt{10}}{5} \sqrt{\sqrt{14} - 2} + \frac{10}{25} (\sqrt{14} - 2)\right)} = \\ &= \frac{(7 - 2\sqrt{14} + 2)}{(5 - 2\sqrt{10} \sqrt{\sqrt{14} - 2} + 2(\sqrt{14} - 2))} = \frac{9 - 2\sqrt{14}}{5 - 2\sqrt{10} \sqrt{\sqrt{14} - 2} + 2(\sqrt{14} - 2)} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{9 - 2\sqrt{14}}{(5 - 2\sqrt{10} \sqrt{\sqrt{14} - 2} + 2(\sqrt{14} - 2))}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Плане, } FO^2 = (OB - FB)^2 + (OC - CH)^2.$$

$$CH = CF \cdot \sin \alpha = kx \sqrt{10} \cdot \frac{x\sqrt{55}}{7x} = kx \frac{\sqrt{350}}{7}.$$

$$r^2 = \left(r - \frac{kx\sqrt{140}}{7}\right)^2 + \left(x\sqrt{14} - \frac{kx\sqrt{350}}{7}\right)^2$$

$$r^2 = r^2 - \frac{2rkx\sqrt{140}}{7} + \frac{k^2x^2 \cdot 140}{49} + 14x^2 - \frac{2kx^2\sqrt{14} \cdot \sqrt{350}}{7} + \frac{k^2x^2 \cdot 350}{49}.$$

$$\frac{x(14+10k^2)}{2k\sqrt{10}} \cdot \frac{2kx\sqrt{140}}{7} = \frac{k^2x^2 \cdot 140}{49} + 14x^2 - \frac{2kx^2 \cdot 10}{7} + \frac{k^2x^2 \cdot 350}{49}.$$

$$\frac{x^2(14+10k^2)}{4900} \cdot \frac{\sqrt{14}}{7} = k^2x^2 \cdot 10 + 14x^2 - 2kx^2 \cdot 10$$

$$(14+10k^2) \cdot \frac{\sqrt{14}}{7} = 10k^2 - 20k + 14.$$

$$2\sqrt{14} + \frac{10\sqrt{14}}{7}k^2 = 10k^2 - 20k + 14$$

$$k^2(10 - \frac{10}{7}\sqrt{14}) - 20k + (14 - 2\sqrt{14}) = 0$$

$$D = 20^2 - 4 \cdot 10 \left(1 - \frac{\sqrt{14}}{7}\right) (14 - 2\sqrt{14}) =$$

$$= 20^2 - 40(\sqrt{14} - 2)(\sqrt{14} - 2) =$$

$$= 20^2 - 40(\sqrt{14} - 2)^2 = 40(10 - (14 + 4 - 4\sqrt{14})) =$$

$$= 40(10 - 18 + 4\sqrt{14}) = 40(4\sqrt{14} - 8) = 160(\sqrt{14} - 2).$$

$$k = \frac{20 \pm 4\sqrt{10} \cdot \sqrt{(\sqrt{14} - 2)}}{20 \left(1 - \frac{\sqrt{14}}{7}\right)} = \frac{1 \pm \frac{\sqrt{10}}{5} \sqrt{(\sqrt{14} - 2)}}{1 - \frac{\sqrt{14}}{7}}.$$

$$\text{Корень } k = \frac{1 + \frac{\sqrt{10}}{5} \sqrt{(\sqrt{14} - 2)}}{1 - \frac{\sqrt{14}}{7}} > 1 - \text{не подходит.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



ABIFE

AD : DB = 5 : 2.

$\frac{S_{ABCE}}{S_{CECF}}$

Пусть $AB = 7x$, $AD = 5x$, $BD = 2x$

Пусть $\angle \alpha = \angle CAD$.

$$\lg d = \frac{CD}{5x}$$

$$\lg(\angle CBD) = \frac{CD}{2x}$$

$$\lg(90 - \alpha) = \frac{CD}{2x}$$

$$\text{ctg } \alpha = \frac{CD}{2x}$$

$$\lg \cdot \text{ctg } \alpha = 1 = \frac{CD^2}{10x^2}$$

$$\Rightarrow CD = x\sqrt{10}$$

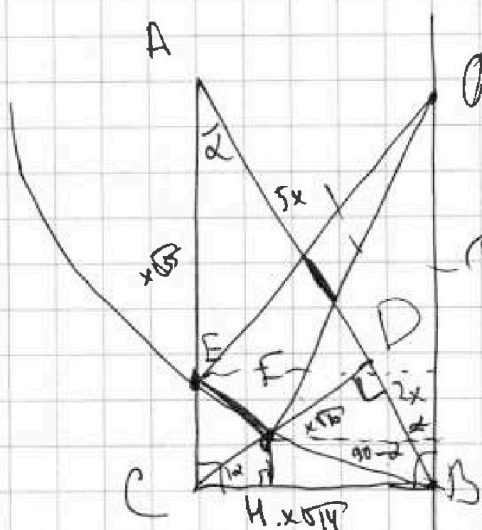
$$\Rightarrow \lg \alpha = \frac{x\sqrt{10}}{5x} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{10x^2 + 25x^2} = x\sqrt{35}$$

$$BC = \sqrt{10x^2 + 4x^2} = x\sqrt{14}$$

Пусть $OB = r$, $\frac{CE}{CA} = k$.

$$CE = kx\sqrt{35}, CF = kx\sqrt{10}$$



Шаг 1 $OE^2 = (OB - CE)^2 + (x\sqrt{14})^2$

$$r^2 = (r - kx\sqrt{35})^2 + 14x^2$$

$$r^2 = r^2 - 2rkx\sqrt{35} + k^2 \cdot 10 + 14x^2$$

$$2rkx\sqrt{35} = x(14 + k^2 \cdot 10) \Rightarrow$$

$$r = \frac{x(14 + k^2 \cdot 10)}{2k\sqrt{35}}$$

Пусть FH - высота из F на BC.

$$FH = FC \cdot \sin \alpha = kx\sqrt{10} \cdot \frac{x\sqrt{14}}{7x} = \frac{kx\sqrt{140}}{7}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10\left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)\right) = \pi - 2x$$

$$5\pi - 10\arccos(\cos x) = \pi - 2x$$

$$4\pi = 10\arccos(\cos x) - 2x$$

$$2\pi = 5\arccos(\cos x) - x$$

$$0 \leq \arccos(\cos x) \leq \pi$$

$$0 \leq \frac{2\pi + x}{5} \leq \pi$$

$$0 \leq 2\pi + x \leq 5\pi$$

$$-2\pi \leq x \leq 3\pi$$

См. $x \in [-2\pi; -\pi)$, то из функции $\cos x$,

$$\arccos(\cos x) = x + 2\pi$$

$$2\pi = 5(x + 2\pi) - x ; 2\pi = 4x + 10\pi$$

$$x = -2\pi - \frac{9}{4}\pi$$

См. $x \in [-\pi; 0)$, то из функции $\cos x$, и ее значения,

$$\arccos(\cos x) = -x$$

$$2\pi = -6x, x = -\frac{\pi}{3}$$

См. $x \in [0; \pi]$, то $\arccos(\cos x) = x$

$$4x = 2\pi, x = \frac{\pi}{2}$$

См. $x \in [\pi; 2\pi]$, то $\arccos(\cos x) = 2\pi - x$;

$$2\pi = 10\pi - 5x - x ; 6x = 8\pi \Rightarrow x = \frac{4}{3}\pi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Есть } x \in (2\pi; 3\pi], \text{ то } \arcsin(\sin x) = x - 2\pi,$$

$$2\pi = 5(x - 2\pi) - x$$

$$2\pi = 5x - 10\pi - x. \quad 4x = 12\pi \Rightarrow x = 3\pi - \pi.$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ -2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4}{3}\pi; 3\pi \right\}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \lg \varphi_1 = \frac{\frac{10}{7}}{\frac{10 \cdot 2}{7 \cdot \sqrt{51}}} \approx \frac{\sqrt{51}}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty\right)$$

$$a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right)$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

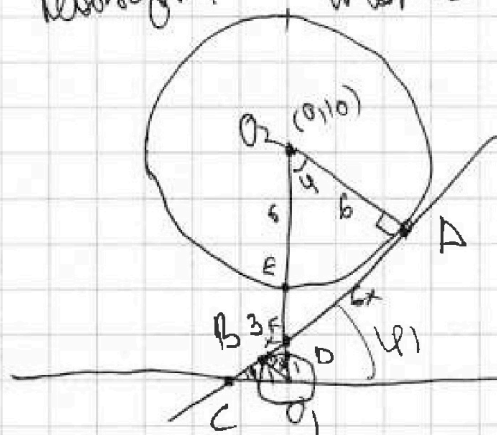
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть l_1 и l_2 — 2 внутренние кас-ые к кругу ω ; тогда, ~~они~~ две кас-ые, тогда
 $y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}$ $\cap$ $\omega = \{4-x\}$ точек,
каждому из них $\frac{a}{3} \geq \lg 4$, или $\frac{a}{3} \leq -\lg 4$.



$$\triangle O_1BD \sim \triangle O_2AF,$$

$$\Rightarrow \frac{AF}{BF} = \frac{O_2F}{O_1F} = \frac{6}{1}.$$

$$O_2F + O_1F = 10, \Rightarrow$$

$$\frac{O_2F}{10 - O_2F} = \frac{6}{1}.$$

$$O_2F = 60 - 6O_2F \Rightarrow O_2F = \frac{60}{7}; O_1F = 10 - \frac{60}{7} = \frac{10}{7}.$$

$$\Rightarrow F(0; \frac{10}{7}).$$

$$\triangle CO_1F \text{ same } \sim \triangle O_2AF. \Rightarrow$$

$$\frac{CF}{O_2F} = \frac{FO_1}{AF} = \frac{CO_1}{AO_2}.$$

$$\frac{CF}{\frac{60}{7}} = \frac{\frac{10}{7}}{6x} = \frac{CO_1}{6}.$$

$$\frac{CF}{\frac{10}{7}} = \frac{\frac{10}{7}}{x} = CO_1.$$

$$CF = \frac{100}{49x}; CO_1 = \frac{10}{7x}.$$

$$CO_1^2 + FO_1^2 = CF^2.$$

$$\frac{100}{49x^2} + \frac{100}{49} = \frac{100}{49x^2}.$$

$$\frac{1}{x^2} + 1 = \frac{100}{49} \cdot \frac{1}{x^2} \Rightarrow 1 = \frac{51}{49} \cdot \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = \frac{51}{49},$$

$$x = \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow CO_1 = \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{x} = \frac{10}{7} \cdot \frac{7}{\sqrt{51}} = \frac{10}{\sqrt{51}}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Понра QR-кода недопустима!

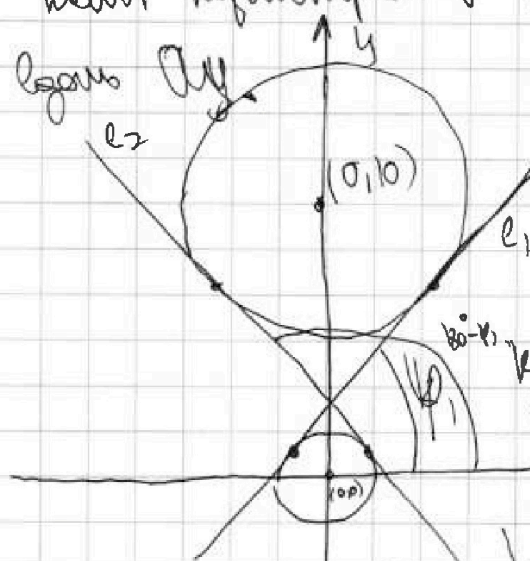
$$ax - 3y + 4b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 2 \cdot y \cdot 10 + 100 - 36) = 0$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 10)^2 - 36) = 0$$

Второе ур-ие задает 2 кр: 1-ую с центром в $(0, 0)$, и радиусом 1, и 2-ую - с центром $(0, 10)$ и радиусом 6. Прямая задает сим-во прямой с угловым к-том $\frac{a}{3}$, а значение наклона в зависимости от значения $\frac{a}{3}$ имеет значения



~~касательная к окружности~~
~~касательная к окружности~~
~~касательная к окружности~~

~~у l_1 - значение будет равн...~~

~~касательная к окружности~~
~~касательная к окружности~~
~~касательная к окружности~~

$$k \in (k_2, k_1)$$

то прямая $y = kx + \frac{4b}{3}$ не имеет общих точек с кр.

$$k_1 = \frac{a}{3}, k_2 = \frac{a}{3} - \frac{4b}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} \in (-\frac{4b}{3}, \frac{a}{3})$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - \log_5^3(2x) \log_5 5y + \log_5^2(2x) \log_5(y) - \log_5(2x) \log_5^3(y) +$$

$$+ \log_5^4 y + 3 = 0; \text{ где } a = \log_5 2x, \quad z = \log_5 y, \text{ тогда}$$

$$(a^5 + b^5) + 3(a+b) = 0.$$

$$a^5 + 3a = -(b^5 + 3b).$$

$$f(x) = x^5 + 3x$$

$$-f(x) = f(-x)$$

$$\text{Ср-й монотон, } f'(x) = 5x^4 + 3 > 0$$

$$\Rightarrow f \text{ — строгая возрастающая, } \Rightarrow$$

$$\text{где все } \exists! x \exists! y:$$

$$f(x) = -f(y), \text{ и в этом случае}$$

$$\text{функции, что } y = -x.$$

$$\Rightarrow \log_5(2x) + \log_5 y = 0,$$

$$\log_5 2xy = 0 \Rightarrow xy = 1, \quad xy = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ана: } xy = \frac{1}{2}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) + 3\log_{2x} 5 = \log_{2x} 3 \cdot 5^4 - 3$$

$$\log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_y 3 \cdot 5^4 - 3$$

Заметим, что $2x > 0, 2x \neq 1, (2x)^3 > 0, (2x)^3 \neq 1,$
 $y > 0, y \neq 1, y^3 > 0, y^3 \neq 1,$

т.к. $x > 0, x \neq \frac{1}{2}, y > 0, y \neq 1.$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3\log_5 2x} - 3.$$

$$\log_5^5(2x) - 3 = \frac{4}{3} - 3\log_5 2x$$

$$\log_5^5(2x) + 3\log_5 2x - \frac{13}{3} \geq 0 \quad (1)$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3\log_5 y} - 3$$

$$\log_5^5(y) + 4 + \frac{1}{3} + 3\log_5 y \leq 0$$

$$\log_5^5(y) + 3\log_5 y + \frac{13}{3} \leq 0 \quad (2)$$

Сложим (1) и (2):

$$\begin{aligned} & (\log_5^5(2x) + \log_5^5(y)) + 3(\log_5(2x) + \log_5(y)) + \frac{13}{3} - \frac{13}{3} \geq 0 \\ & (\log_5(2x) + \log_5(y)) (\log_5^4(2x) - \log_5^3(2x)\log_5 y + \log_5^2(2x)\log_5^3(y) - \\ & - \log_5(2x)\log_5^3(y) + \log_5^4 y + 3) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \log_5(2xy) < 0, \quad 2xy \leq 1 \Rightarrow xy \leq \frac{1}{2}. \\ & \dots \geq 0 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Решение~~ Заметим, что ср-ве пр-н ОР: $y+5x \geq 0$

а ср-ве пр-н QR: $y+5x-90 \geq 0$.

Обозначим $l_i := y+5x-i \leq 0$

Тогда, $l_j - l_i = 5x_j + y_j - j - 5x_i - y_i + i = 0$.

Вместо формулы $5x_j - 5x_i + y_j - y_i = 45 \Rightarrow$

$0 = l_j - l_i = 45 - (j-i) \Rightarrow (j-i) = 45 -$

— и $\forall 2$ точек не может пр-е содер-

жат ≥ 1 точку. Заметим, что не может

быть пр-н $= 17$ точек с суммой ^{координат} ~~пр-н~~.

$\Rightarrow$ две последние $l_{45} - 17, l_{46} - 17, \dots,$
 $l_{45} \text{ и } l_{90} - 17$. $\Rightarrow$

Всего точек $46 \cdot 17 = 460 + 280 + 42 = 460 + 322 =$
 $= 782$.

Ответ: 782 точек.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$O(0,0)$
 $P(-16,80)$
 $Q(2,80)$
 $R(18,0)$

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45.$$

Пусть $t = x_2 - x_1$, $z = y_2 - y_1$.

$z = 45 - 5t$; Шаг 1 $t \in [-34; 34]$,
 $z \in [-80; 80]$.

$$\begin{aligned} -80 &\leq 45 - 5t \leq 80 \\ 80 &\geq 5t - 45 \geq -80 \\ 16 &\geq t - 9 \geq -16 \\ 25 &\geq t \geq -7 \end{aligned}$$

Пусть $t = 25$: $z = 45 - 5 \cdot 25 = 45 - 125 = -80$

Пусть $A(x_1, y_1)$, тогда $B(x_1 + 25, y_1 - 80)$

$$-16 \leq x_1 \leq 18 \quad ; \quad -16 \leq x_1 + 25 \leq 18 \Rightarrow -16 \leq x_1 \leq -7$$

$$0 \leq y_1 \leq 80 \quad ; \quad 0 \leq y_1 - 80 \leq 80 \Rightarrow y_1 \geq 80$$

Может быть $\square$

$$B(x_1 + t; y_1 + 45 - 5t).$$

В конце границ,

$$-16 \leq x_1 + t \leq 18 \quad ; \quad -16 \leq x_1 \leq 18 \quad OP \leq A \leq QR$$

$$0 \leq y_1 + 45 - 5t \leq 80 \quad ; \quad 0 \leq y_1 \leq 80 \quad OP \leq B \leq QR$$

$$\begin{aligned} -16 - t &\leq x_1 \leq 18 - t \quad ; \quad -16 \leq x_1 \leq 18 & \text{граница } OP: y = -5x \\ 5t - 45 &\leq y_1 \leq 5t + 35 & \text{граница } QR: y = -5x + 90 \\ 0 &\leq y_1 \leq 80 \end{aligned}$$

$Q \notin \square$, так $16 \leq x_1 \leq 18 \Rightarrow y_1 \geq -5x_1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

а) (продолжение):

$$= \sqrt{\frac{24}{49} \cdot \frac{74}{49}} = \frac{\sqrt{24 \cdot 74}}{49}$$

$$= \frac{\sqrt{16 \cdot 3 \cdot 37}}{49} = \frac{4\sqrt{111}}{49}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AA_1^2 + A_1C^2 - 2AA_1 \cdot A_1C \cdot \sin \varphi} =$$

$$= \sqrt{24^2 + 8^2 - 2 \cdot 24 \cdot 8 \cdot \frac{4\sqrt{111}}{49}} =$$

$$= 8 \sqrt{3^2 + 1^2 - 6 \cdot \frac{4\sqrt{111}}{49}} =$$

$$= 8 \sqrt{10 - \frac{24\sqrt{111}}{49}}; \quad AB = 8 \sqrt{10 + \frac{24\sqrt{111}}{49}}$$

Заметим, что AB и AC имеют один и тот же множитель.

$$\text{Получим, } BB_1 = \frac{1}{2} \sqrt{2 \left(16^2 + 8^2 \left(10 + \frac{24\sqrt{111}}{49} \right) \right) - 8^2 \left(10 - \frac{24\sqrt{111}}{49} \right)} =$$

$$= \frac{8}{2} \sqrt{2 \left(4 + 10 + \frac{24\sqrt{111}}{49} \right) - 10 + \frac{24\sqrt{111}}{49}} =$$

$$= 4 \sqrt{18 + 3 \cdot \frac{24\sqrt{111}}{49}}$$

$$\text{Симметрично, } CC_1 = 4 \sqrt{18 - 3 \cdot \frac{24\sqrt{111}}{49}}$$

$$\Rightarrow AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 24 \cdot 4 \cdot 4 \sqrt{18^2 - \frac{9 \cdot 24^2 \cdot 111}{49^2}} =$$

$$= 24 \cdot 12 \cdot 4 \sqrt{6^2 - \frac{24^2 \cdot 111}{49^2}} = 24^3 \cdot 12 \sqrt{1 - \frac{4^2 \cdot 111}{49^2}} =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

а) (мех. энерг.)

$$= m^2 \cdot 12 \cdot \sqrt{\frac{49^2 - 16 \cdot 111}{49^2}}$$

$$= m^2 \cdot 12 \cdot \sqrt{\frac{2401 - 1776}{49^2}}$$

$$= m^2 \cdot 12 \cdot \sqrt{\frac{625}{49^2}}$$

$$\begin{array}{r} 10 \quad 10 \\ 2401 \\ - 1776 \\ \hline 625 \end{array}$$

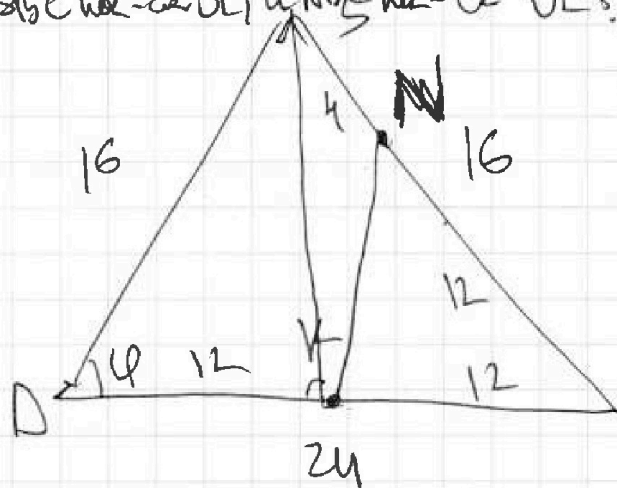
$$\begin{array}{r} \times 49 \\ 49 \\ + 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 111 \\ 16 \\ \hline 666 \\ + 111 \\ \hline 1776 \end{array}$$

Ответ: $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = \frac{m^2 \cdot 12 \cdot 25}{49}$

б) (геометрия): $\Rightarrow$ $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, а $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$\Rightarrow NE \in (SAD_1)$ $\Rightarrow$ $\triangle SAD_1$ в $SABCD$ и SAD_1 в $SABCD$



$$\cos \varphi = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow KM^2 = 12^2 + 12^2 - 2 \cdot 12^2 \cdot \frac{3}{4}$$

$$= 12^2 \left(2 - 2 \cdot \frac{3}{4} \right) = 12^2$$

$$\Rightarrow KM = 12$$

$$\frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow KM^2 = KO^2 + ON^2 - 2 \cdot KO \cdot ON \cdot \cos(\angle KON)$$

$$36 \cdot 2 = 50 - 50 \cos(\angle KON) \Rightarrow \cos(\angle KON) = -\frac{22}{50}$$

$$\angle KON = \arccos\left(-\frac{22}{50}\right)$$

$$\angle KMN \text{ под } BC = \arccos\left(\frac{33}{50}\right) \text{ или } \arccos\left(\frac{22}{50}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

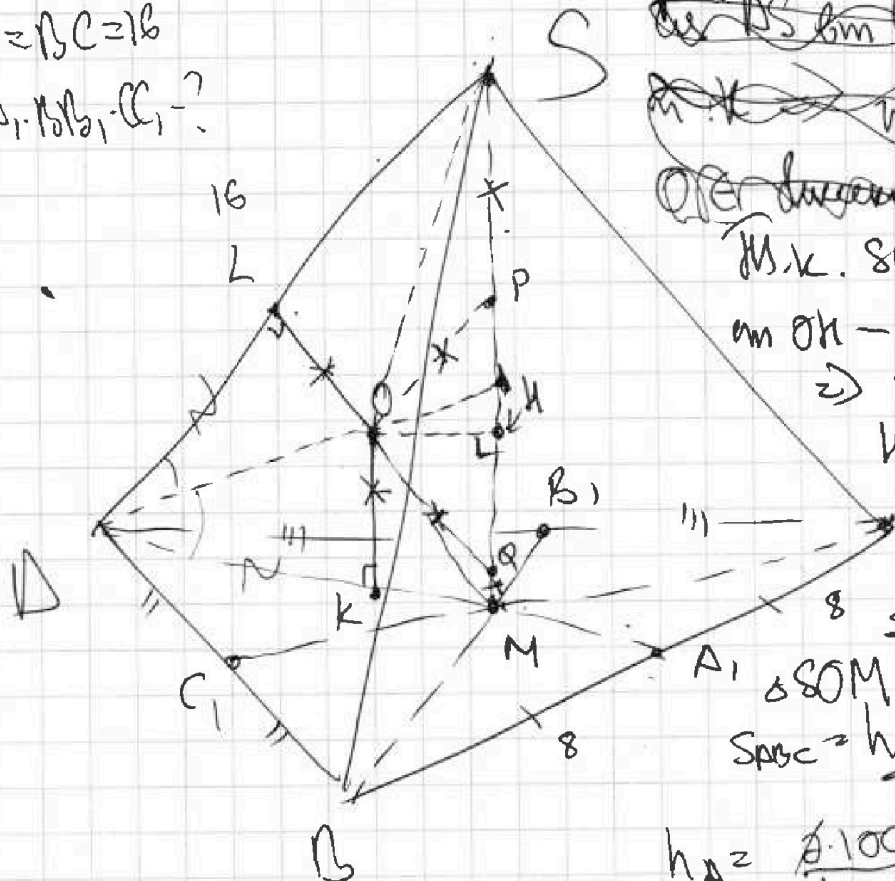
решение которой представлено на странице:

7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$S_{AGE} \approx 100$
 $S_A = B_C = 16$
 a) $DA, AB, CC, \dots$



~~Handwritten scribbles~~

~~der PS bin ich KMG~~

~~m.k. mo ee femp~~

~~OPE d... SPK~~

M.K. $SP \cong MQ$, n

am OH - L ne PQ

$\Rightarrow SH \cong MH, m.k.$

$HP \cong HQ \Rightarrow$

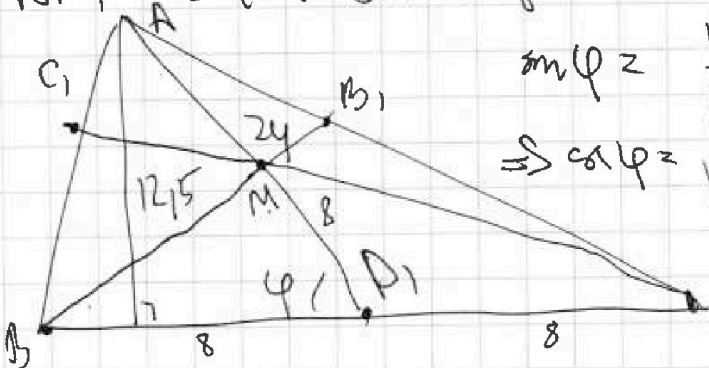
$\times 8 \Rightarrow SO \approx OM$ in k
 ΔSOM - photonen
 $Sp_{ph} = \frac{h \cdot \nu}{2}$

$$h_A = \frac{0.100}{168} = \frac{25}{2} = 12.5$$

~~NZAFK~~ He mōworo hua kōwhiri

$$\Rightarrow \triangle OLS \cong \triangle OKM, m_x. OL = OK, OS = OM, \angle$$
$$w \angle OLS \approx 20 \text{ km} \approx 90^\circ \Rightarrow SL \approx KM \approx NM \approx 16,$$

u $AD_1 = 24$. Polmanus $\Delta-K$ ABC:



$\sin \varphi = \frac{12.5}{20} = \frac{5}{4}$
 $\Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{4}\right)^2}$
 $\cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{16-25}{16}} = \sqrt{\frac{-9}{16}} = \frac{3}{4}$



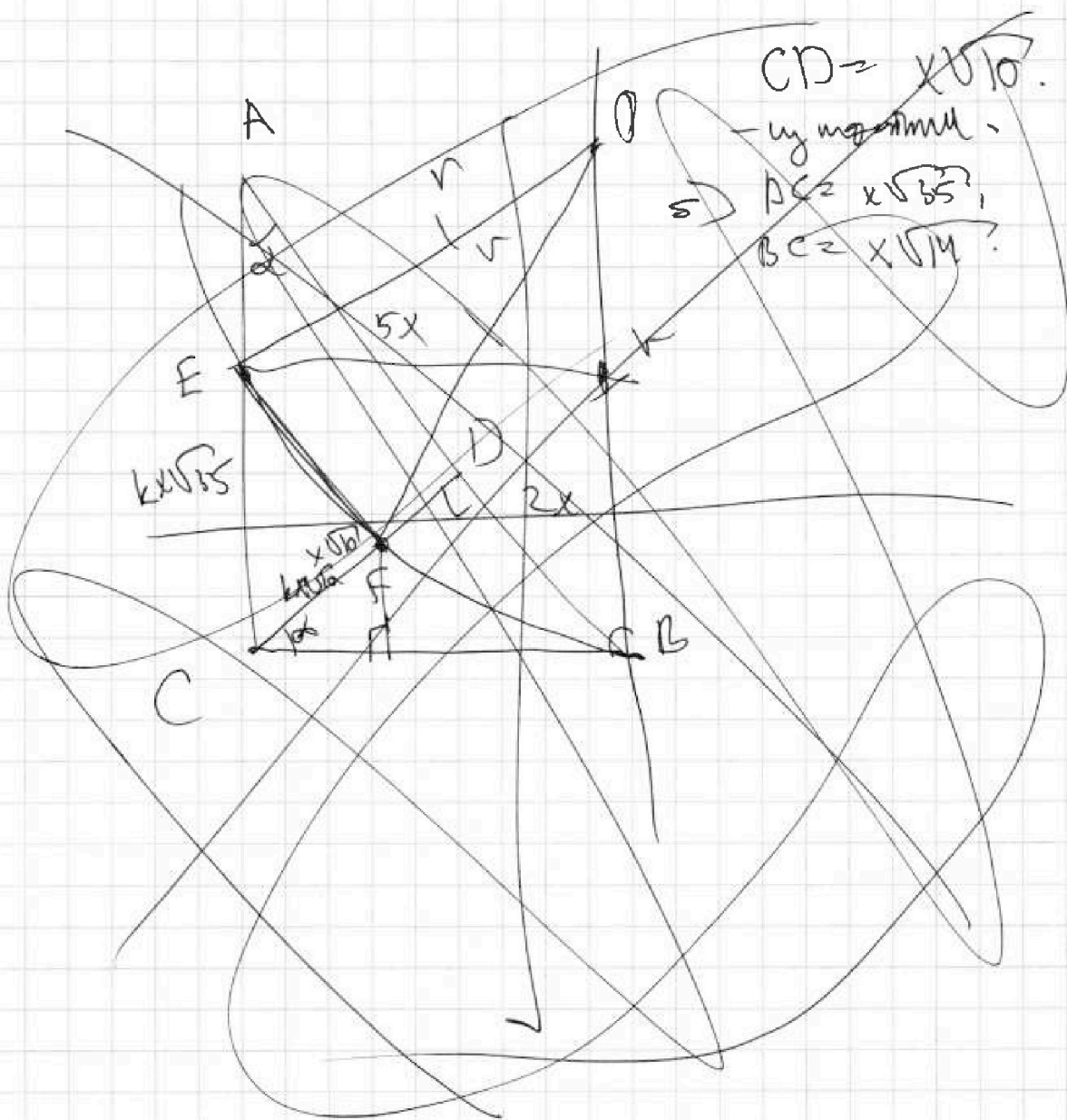
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x.$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin(\cos x) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{10\pi}{2} \leq 10 \arcsin(\cos x) \leq 10 \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow -5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$

$$\begin{cases} \pi - 2x \geq -5\pi \\ \pi - 2x \leq 5\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \leq 6\pi \\ 2x \geq -4\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3\pi \\ x \geq -2\pi \end{cases}$$

Есть $x \in [-2\pi; 3\pi]$, то $\arcsin(\cos x) + \arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2}$,

то $\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - (x + 2\pi) =$

$$= \frac{\pi}{2} - x - 2\pi = -x - \frac{3\pi}{2}.$$

$$10(-x - \frac{3\pi}{2}) = \pi - 2x$$

$$-10x - 15\pi = \pi - 2x; \quad 8x = -16\pi; \quad x = -2\pi.$$

Есть $x \in [2\pi; 3\pi]$, то $\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\cos x) =$
 $= \frac{\pi}{2} - (x + 2\pi).$

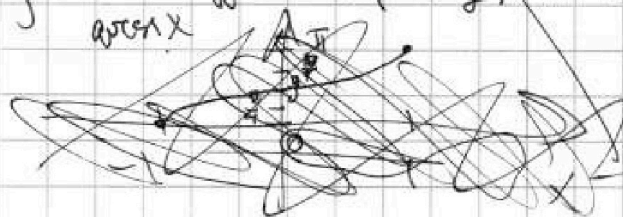
Есть $x \in [0; 2\pi]$, то

Есть $x \in [-\pi; 0]$, то $\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\cos x) =$

$$= \frac{\pi}{2} - (x + \pi) = -x - \frac{\pi}{2}; \quad \Rightarrow y \text{ не } 10(-x - \frac{\pi}{2}) = \pi - 2x$$

$\Rightarrow$ корень, и $x = -2\pi$.

~~Есть $x \in [3\pi; 4\pi]$, то~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



$$\max \frac{1}{2} \sqrt{2\rho^2 c^2 - a^2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\sin x)\right) = \pi - 2x$$

$$5\pi - 10\arccos(\sin x) = \pi - 2x$$

$$4\pi = 10\arccos(\sin x) \Rightarrow 2x$$

$$2\pi = 5\arccos(\sin x) - x$$

$$4\pi a^2 = \rho^2 b^2 + 2c^2 - a^2$$

$$x = -2\pi + \frac{5\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} \quad x = -2\pi + \frac{6\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{5\pi}{4} \quad \arccos(0) = \frac{\pi}{2}$$

$$-2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

$$-2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

$$c = \frac{\log_5 2x}{\log_5 y}$$

$$\log_5^4 + \log_5^4 \rightarrow (d^2 - 2p)^2 - 2p^2 = d^4 - 4d^2p + 2p^2$$

$$c^4 - c^3 + c^2 - c + 1$$

$$c^4(c^2 + 1) - c(c^2 + 1) + 1 = (c^2 + 1)(c^2 - c) + 1 = (c^2 + 1)c(c - 1) + 1$$

$$f(c) = c^4 - c^3 + c^2 - c + 1$$

$$f'(c) = 4c^3 - 3c^2 + 2c - 1$$

$$\log_5 2x \log_5 y$$

$$d^4 - 5d^2p + 5p^2 + 3 = 0$$

$$d(d^4 - 4d^2p + 2p^2 - p(d^2 - 2p) + p^2 + 3) = 0$$

$$d^4 - 4d^2p + 2p^2 - p d^2 + 2p^2 + p^2 + 3 = 0$$

$$x = \frac{5\pi}{4} \quad \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$S = \Delta A_1 B C \cdot \sin \varphi$$

$$\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{5\pi}{4}$$

$$x = -2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

$$d = \log_5 2x \log_5 y = \log_5 2xy$$

$$b = \log_5 2x \log_5 y$$

$$\log_5^2 + \log_5^2 = d^2 - 2pb$$

$$(d^2 - 2pb)^2 - 2p^2 = d^4 - 4d^2p + 2p^2$$

$$\frac{d^4}{p^2} - 5\frac{d^2}{p} + 5$$

$$\left(\frac{d^2}{p}\right)^2 - 5\frac{d^2}{p} + 5$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $x \in [0; \pi]$: $\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x$.

$(\frac{\pi}{2} - x) \cdot 10 = \pi - 2x$.

$5\pi - 10x = \pi - 2x$

$8x = 4\pi, x = \frac{\pi}{2}$.

Пусть $x \in (\pi; 2\pi]$: $\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} + (x - 2\pi) =$

$x - 1.5\pi$

$10(x - 1.5\pi) = \pi - 2x$

$12x = 16\pi, x = \frac{4}{3}\pi$.

~~$4.5\pi - 10x = \pi - 2x$~~

~~$4.5\pi - 10x = \pi - 2x$~~

~~$8x = 4.4\pi, x = \frac{4.4}{8}\pi = 0.55\pi$~~

Пусть $x \in (2\pi; 3\pi]$: $\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - (x - 2\pi) =$

$x - 1.5\pi$

$10(x - 1.5\pi) = \pi - 2x$

~~$10(4.5\pi - x) = \pi - 2x$~~

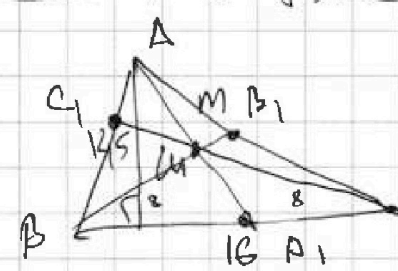
~~$4.5\pi - 10x = \pi - 2x$~~

~~$8x = 4.4\pi, x = 0.55\pi$~~

Answer: $x \in \{\frac{\pi}{2}, \frac{4}{3}\pi\}$.

Answer: $x \in \{-2\pi; \frac{\pi}{2}; \frac{4}{3}\pi\}$.

$\log_5(2x) \cdot \log_5 \frac{2x}{y} + \log_5(2x) \cdot \log_5 \frac{2x}{y} + \log_5 \frac{2x}{y} \cdot \log_5 \frac{2x}{y} + \log_5 \frac{2x}{y} \cdot \log_5 \frac{2x}{y} =$
 $= (\log_5(2x) \log_5 \frac{2x}{y}) + (\log_5 \frac{2x}{y} \log_5(2x)) + (\log_5(2x) \log_5 \frac{2x}{y}) + (\log_5 \frac{2x}{y} \log_5(2x)) \neq \log_5 4$



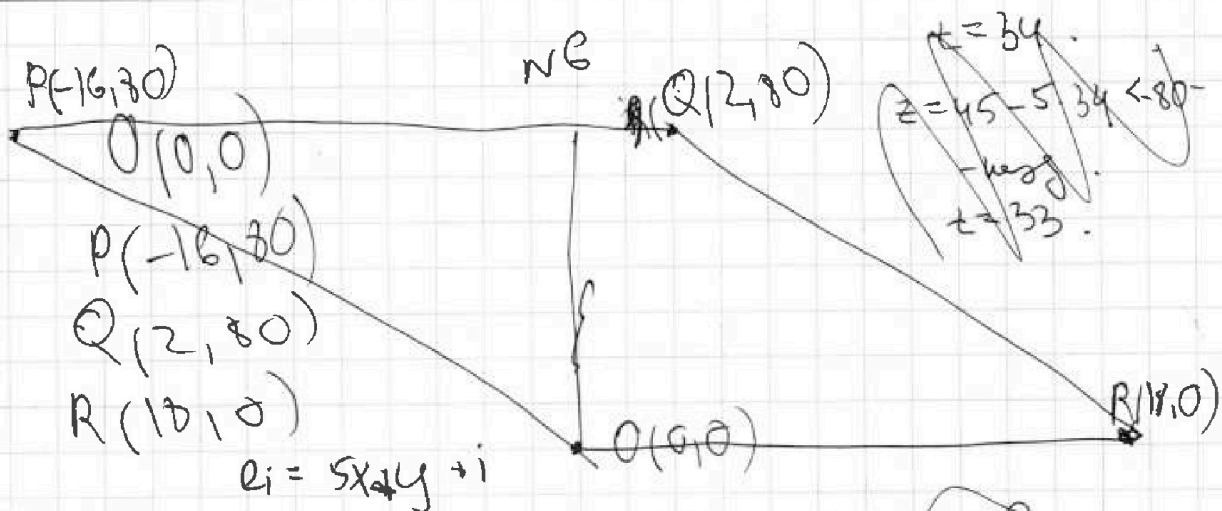
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

$$B(x_2, y_2)$$

$$A(x_1, y_1)$$

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$

$$\overline{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1) \cdot 16 \geq t \geq -16$$

$$\overline{AB} \cdot (5, 1) = 45 \quad 15 \geq 63 - 7$$

$$|\overline{AB}| \cdot |(5, 1)| \cdot \cos \varphi = 45$$

$$|\overline{AB}| \cdot \cos \varphi = \frac{45}{\sqrt{26}}$$

~~Решение~~

$$|z_1, z_2| \cdot \cos \varphi = \sqrt{26}$$

$$\overline{p} \cdot \overline{q} = 45$$

$$\overline{p}(5, y_2 - y_1)$$

$$\overline{q}(x_2 - x_1, 1)$$

$$-80 \leq 45 - 5t \leq 80$$

$$30 \geq 5t - 45 \geq -80$$

$$z = y_2 - y_1 = 45$$

$$t = x_2 - x_1$$

$$5t + z = 45$$

$$z = 45 - 5t$$

$$t \in [-34; 34]$$

$$z \in [80]$$

$$t = 34$$

$$z = 45 - 5 \cdot 34 < -80$$

$$- \text{недопустимо}$$

$$t = 33$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_5 5 = \frac{4}{\log_5 2x} - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\log_5 2x} - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \cdot \frac{1}{\log_5 2x} + 3 = 0$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3 \log_5 y} - 3$$

$$\log_5^4 y + \frac{13}{3} \cdot \frac{1}{\log_5 y} + 3 = 0$$

$$\log_5^4(2x) - \log_5^4(y) + \frac{13}{3} \left(\frac{1}{\log_5 2x} + \frac{1}{\log_5 y} \right) = 0$$

$$(\log_5^4(2x) - \log_5^4(y)) (\log_5^3(2x) + \log_5^3(y)) = \frac{13}{3} \left(\frac{\log_5 2x}{\log_5 2x \log_5 y} \right)$$

$$\log_5 \frac{2x}{y} \log_5 2xy (\log_5^2(2x) + \log_5^2(y)) = \frac{13}{3} \frac{\log_5 2xy}{\log_5 2x \log_5 y}$$

$$2^5 + 3^5 + 3(2 \cdot 3) = 0$$

$$(2 \cdot 3) (2^4 + 2^3 \cdot 3 + 2^2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 3^4 + 3) = 0$$

$$2^5 + 3^5 = 0 \quad 2 = -3 \quad \left(\frac{2^5}{3} \right); \text{ или } 2 \cdot 3 = 0 \text{ не верно}$$

$$2^5(2+3) + 3^5(2+3) + 2(2^4) \cdot 3 + 2^2 \cdot 3^2 = 2$$

$$(2+3)(2 \cdot 3)(2^2 \cdot 3 - 2 \cdot 3) + 3 + 2^2 \cdot 3^2 = 0$$

$$3^5 - 2 \cdot 3^4 - 2^2 \cdot 3^3 - 2^3 \cdot 3^2 - 2^4 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 0$$

$$2^5 + 3 \cdot 2 - \frac{13}{3} = 0$$

$$3^5 + 3 \cdot 3 + \frac{13}{3} = 0$$

$$(2 \cdot 3)$$

$$2^5 + (2^4 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2^2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^4) =$$

$$= -3 - 3 \cdot 3$$

$$2^5 - 2^4 - 2^3 \cdot 3 - 2^2 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3^3 - 2 \cdot 3^4 =$$

$$= -3^5 - 3 \cdot 3$$

$$\frac{1}{3}$$

$$2^5 + 3^5 + 3(2 \cdot 3) = 0$$

$$(2 \cdot 3) (2^4 + 2^3 \cdot 3 + 2^2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 3^4 + 3) = 0$$

$$2^5 + 3^5 = 0 \quad 2 = -3 \quad \left(\frac{2^5}{3} \right); \text{ или } 2 \cdot 3 = 0 \text{ не верно}$$

$$2^5(2+3) + 3^5(2+3) + 2(2^4) \cdot 3 + 2^2 \cdot 3^2 = 2$$

$$(2+3)(2 \cdot 3)(2^2 \cdot 3 - 2 \cdot 3) + 3 + 2^2 \cdot 3^2 = 0$$

$$3^5 - 2 \cdot 3^4 - 2^2 \cdot 3^3 - 2^3 \cdot 3^2 - 2^4 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 0$$