



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



~~1~~ [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

~~2~~ [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

~~3~~ [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

~~4~~ [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

~~6~~ [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

~~7~~ [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

Пусть $a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2} \cdot h_1 : (h_1, 7) = 1, (h_1, 2) = 1$

$b = 2^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2} \cdot h_2 : (h_2, 7) = 1, (h_2, 2) = 1$

$c = 2^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2} \cdot h_3 : (h_3, 7) = 1, (h_3, 2) = 1$

$ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 15 & (1) \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 11 & (2) \end{cases}$

$bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \Rightarrow \begin{cases} \beta_1 + \gamma_1 \geq 17 & (3) \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 18 & (4) \end{cases}$

$ca : 2^{23} \cdot 7^{39} \Rightarrow \begin{cases} \gamma_1 + \alpha_1 \geq 23 & (5) \\ \gamma_2 + \alpha_2 \geq 39 & (6) \end{cases}$

$\Rightarrow (1) + (3) + (5) = \alpha_1 + \beta_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \gamma_1 + \alpha_1 =$

$= 2(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1) \geq 15 + 17 + 23 = 55$

$\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq \frac{55}{2}$ но $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1 \in \mathbb{N}_0$

$\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 28$

аналогично $(2) + (4) + (6) = 2(\gamma_2 + \alpha_2 + \beta_2) \geq$

$\geq 11 + 18 + 39 = 68 \Rightarrow \gamma_2 + \alpha_2 + \beta_2 \geq 34$

$abc = 2^{(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1)} \cdot 7^{(\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2)} \cdot h_1 \cdot h_2 \cdot h_3 \geq$

$\geq 2^{28} \cdot 7^{34}$ но $\gamma_2 + \alpha_2 \geq 39$ по (6) $\Rightarrow \gamma_2 + \alpha_2 + \beta_2 \geq 39$

и т.к. $h_1, h_2, h_3 \in \mathbb{N}_0$

$\Rightarrow a \cdot b \cdot c \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$

Пример.

$a = 2^{11} \cdot 7^{16}$

$b = 2^4 \cdot 7^0$

$c = 2^{13} \cdot 7^{23}$

$a \cdot b = 2^{15} \cdot 7^{16}$

$b \cdot c = 2^{17} \cdot 7^{23}$

$ca = 2^{24} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow (a, b) = 1$.

Допустим $a+b : m$, $a^2 - 7ab + b^2 : m$

$$a^2 - 7ab + b^2 = (a+b)^2 - 9ab : m, a+b : m$$

$\Rightarrow 9ab : m$, допустим $(m, a) \neq 1$.

$a+b : m$ пусть $(a, m) = d \neq 1 \Rightarrow a+b : d$

$a : d \Rightarrow b : d$ но $(a, b) = 1 \rightarrow$ невозможно

$\Rightarrow$ или $9ab : m \Rightarrow 9 : m \Rightarrow m \leq 9$

Пример
 $a=1, b=8$

$$\Rightarrow a+b=9 \quad a^2 - 7ab + b^2 = 1 + 64 - 56 =$$

$$= 9 : 9$$

Ответ: 9.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

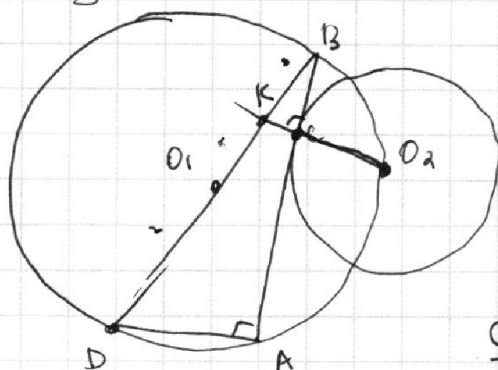
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Zagara 3.



Стыка O_1 - центр Ω

O₂-гелем W.

тогда $OC \perp BA$, т.к.
 AB лежит в плоскости CAO
 по упр., Пусть BD - диаметр

$\Rightarrow \angle BAD = 90^\circ \rightarrow$

2) по теореме Понне $\frac{BK}{KD} = \frac{BC}{CA} = \frac{7}{17}$

u kpu mau BD = 2.13 = 26^{KD}

$$2) \frac{BK}{KD} = \frac{7}{17}$$

~~$BD = 26 - BK$~~ $KD = 26 - BK$

$$\Rightarrow \frac{BIC}{26-BIC} = \frac{7}{17} \Rightarrow 17 BIC = 7 \cdot 26 - 7 BIC$$

$$\rightarrow) 24 BK = 7.26$$

$$BIC = \frac{7 \cdot 26}{24} = \frac{7 \cdot 13}{12}$$

2) $\triangle BCK$, $\angle C = 90^\circ$, $KC =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) 2 - 9x = 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$

$$2) 4 + 8x^2 - 36x = 12x^2 - 24x + 8$$

$$2) 69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D_1 = 36 + 4 \cdot 69 = 312$$

$$x_1 = \frac{6 + 4\sqrt{78}}{69}$$

$$x_2 = \frac{6 - 4\sqrt{78}}{69}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 69 \\ \hline 18 \\ 180 \\ \hline 207 \end{array}$$

2) $2 - 9x = -2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$ корни тоже будут
в квадратичной т.к. при возведении в квадрат
знак справа тоже не важен

$$2) x_1 = \frac{1}{9}$$

$$x_2 = \frac{6 + 4\sqrt{78}}{69}$$

$$x_3 = \frac{6 - 4\sqrt{78}}{69}$$

~~Итого:~~
~~3 корня~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть } m = 3x^2 - 6x + 2 \quad y = 1 - 9x$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3x + 1 = m - y$$

$$\Rightarrow \sqrt{m} - \sqrt{m-y} = y \quad \Rightarrow m \geq 0$$
$$m-y \geq 0$$

$$m + m - y - 2\sqrt{m(m-y)} = y^2$$

$$\Rightarrow 2m - y - y^2 = 2\sqrt{m(m-y)}$$

$$\Rightarrow 4m^2 + y^2 + y^4 - 4my - 4my^2 + 2y^3 =$$
$$= 4m^2 - 4my \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$1) y = 0$$

$$\Rightarrow 1 - 9x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 > 0 \Rightarrow \text{всё верно.}$$

$$2) y \neq 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Rightarrow D_1 = 1 - 1 + 4m = 4m$$

$$y_1 = -1 + \sqrt{4m}$$

$$y_2 = -1 - \sqrt{4m}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - 9x = -1 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \\ 1 - 9x = -1 - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

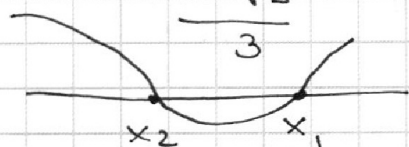
$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D_1 = 9 - 6 = 3$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$



$$D_0 = 9 - 12 < 0$$

$\Rightarrow$ корней нет, т.к.
дискриминант меньше 0
 $\Rightarrow$ всегда больше 0.

$$\Rightarrow x \in (-\infty; \frac{3 - \sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{3 + \sqrt{3}}{3}; +\infty)$$

Возвращаем в уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)}$$

$$= 1 + 8(x^2 - 18x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 75x^2 - 15x - 2 = -2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)}$$

$$\Rightarrow (75x^2 - 15x - 2)^2 = 4(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)$$

$$75 \cdot 75x^4 + 225x + 4 + 30x - 15 \cdot 75x^2 - 13$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 15b^2 + 24b + 15 - 129 = 0$$

$$15b^2 + 24b + -114 = 0$$

$$5b^2 + 8b - 38 = 0$$

$$D_1 = ~~64~~ ~~36~~ 16 + 190 = 206$$

$$\Rightarrow b = \frac{-4 \pm \sqrt{206}}{5}$$

$$\Rightarrow a = \pm \sqrt{\frac{1 - 24b + 128}{15}} = \pm \sqrt{\frac{1 - 24\left(\frac{-4 \pm \sqrt{206}}{5}\right) + 128}{15}}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: при } a = \pm \sqrt{\frac{1 - 24\left(\frac{-4 \pm \sqrt{206}}{5}\right) + 128}{15}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

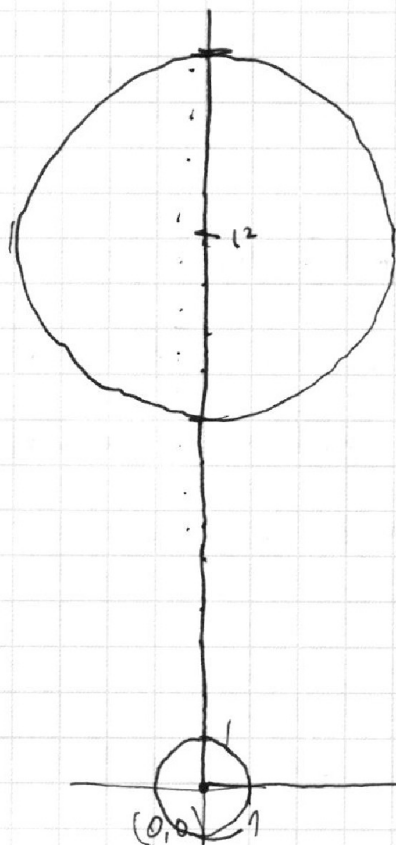
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что $x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow (x, y)$ принадлежит окружности с центром в $(0, 0)$ радиуса 1 криву.

Аналогично еще $(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \rightarrow$
 $\rightarrow (x, y)$ принадлежит криву с радиусом 4 и центром $(0, 12)$



Заметим, что если $\begin{cases} (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \\ ax + y - 8b = 0 \end{cases}$ имеет ровно 2 решения $\rightarrow$ прямая $ax + y - 8b$ имеет с окружностью ровно 2 общих точки $\rightarrow$ она их касается тк иначе она была бы и имела бы больше 2 общих точек при любом сдвиге y до касательной было бы 4 общие касательные: 2 внутренние и 2 внешние. Но тк окружности имеют центр на оси ординат $\rightarrow$ а, симметричная за нулевую коэф. прямой касательная не имеет.

$\rightarrow$ если прямая как касательная имеет уравнение $ax + b$

$$\Rightarrow \begin{cases} ax + b = y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \text{ имеет 1 решение} \Rightarrow \begin{aligned} &x^2 + a^2 x^2 + b^2 + 2abx = 1 \\ &(a^2 + 1)x^2 + 2abx + b^2 - 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow D = a^2 b^2 - a^2 b^2 + a^2 + 1 - b^2 = 0$$

$$= a^2 - b^2 + 1 = 0 \text{ или уравнение}$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = -1 \text{ имеет бесконечное число}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

анонимно мы ося еще и касательная 2-ой

$$\rightarrow \begin{cases} ax+b=y \\ (x^2+(y-12)^2=16 \end{cases} \text{ имеем ровно одну линию}$$

$$2) x^2 + (ax+b-12)^2 = 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{x^2} + \underline{a^2 x^2} + \underline{b^2} + 144 + \underline{2axb} - \underline{24ax} \Leftarrow$$

$$\# \underline{24b} = 16$$

$$(1+a^2)x^2 + (2ab-24a)x + b^2-24b+128=0$$

$$\Delta_1 = (ab-12a)^2 - b^2 + 24b - 128 - b^2 a^2 + 24ba^2 -$$

$$-128a^2 = 0 \text{ мы имеем ровно 1 линию}$$

$$\cancel{a^2 b^2} + \cancel{144 a^2} - \cancel{24 a^2 b} - b^2 + 24b - 128 - \cancel{b^2 a^2} + \cancel{24 b a^2} - \cancel{128 a^2} = 0$$

$$16a^2 - b^2 + 24b - 128 = 0$$

мы нашли касательную - касательная будет
единственной

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = -1 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16a^2 - b^2 + 24b - 128 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 15a^2 + 24b - 128 = 1.$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{1-24b+128}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{1-24b+128}{15} - b^2 = -1.$$

$$1-24b+128-15b^2 = -15$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

M - середина дуги
 $AB \Rightarrow CM$ - биссектриса
 $\angle ACB$ аналогично

BN - биссектриса
 $\angle BAC \Rightarrow I = BN \cap CM$
инцентр.

пусть $\angle BAI = \angle CAI = \alpha$

$\angle ACT = \angle ICB = \gamma$
 $\angle ABI = \angle IBC = \beta$

Все биссектрисы Δ пересекаются в одной точке $\Rightarrow$
верно.

$\angle MAB = \angle MCB$ (вписанные, опирающиеся на
одну дугу) $= \gamma \Rightarrow$ вписанном ΔMAK ,
 $\sin \gamma = \frac{MK}{MA} \Rightarrow MA = \frac{MK}{\sin \gamma} = \frac{5}{\sin \gamma}$

аналогично в вписанном ΔANK_2

$\angle CAN = \angle NBC = \beta \Rightarrow AN = \frac{2,5}{\sin \beta}$

или ΔAIC , $\angle MIA$ - внешний угол $\Rightarrow \angle MIA = \alpha + \gamma =$
 $= 90^\circ - \beta$, т.к. $2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 180^\circ$ (по сумме углов Δ)

$\Rightarrow$ по теореме синусов в ΔMAI : $\frac{\sin(90^\circ - \beta) \cdot \sin \gamma}{5} = \frac{\sin 2\beta}{AI}$

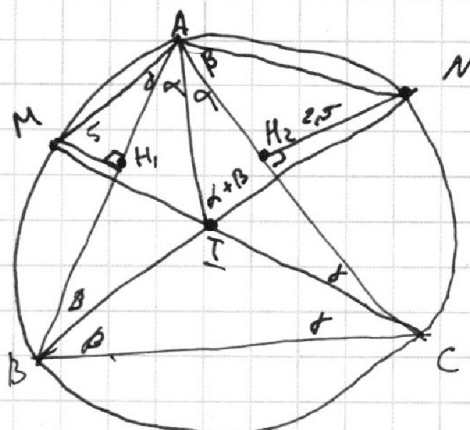
($\angle AMC$ по сумме углов $\Delta MAC = 180^\circ - 2\alpha - 2\gamma =$

$= 2\beta$) аналогично в ΔAIN , $\angle ANI = 2\gamma$

$\Rightarrow$ по т. синусов

$$\frac{\sin(90^\circ - \gamma) \cdot \sin \beta}{2,5} = \frac{\sin 2\gamma}{AI}$$

$$\Rightarrow AI = \frac{\sin(90^\circ - \beta) \cdot \sin \gamma}{\frac{5 \cdot \sin 2\beta}{\sin(90^\circ - \beta) \sin \gamma}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $AI = \frac{2,5 \sin 2\alpha}{\sin(90^\circ - \beta) \sin \beta}$

$$\Rightarrow \frac{5 \sin 2\beta}{\sin(90^\circ - \beta) \sin \alpha} = \frac{2,5 \sin 2\alpha}{\sin(90^\circ - \alpha) \sin \beta}$$

$$\sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta \text{ (переход на членовое)}$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin 2\beta}{\cos \beta \sin \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha \sin \beta}$$

$$\text{т.е. } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{4 \sin \beta \cos \beta}{\cos \beta \sin \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha \sin \beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha \text{ т.е. } \sin \beta \text{ и } \alpha \text{ нечетные } \Rightarrow \sin > 0$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{2} \sin \beta$$

$$\Rightarrow AI = \frac{2,5 \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} = \frac{5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} =$$

$$= 5\sqrt{2}$$

Ответ: $5\sqrt{2}$.



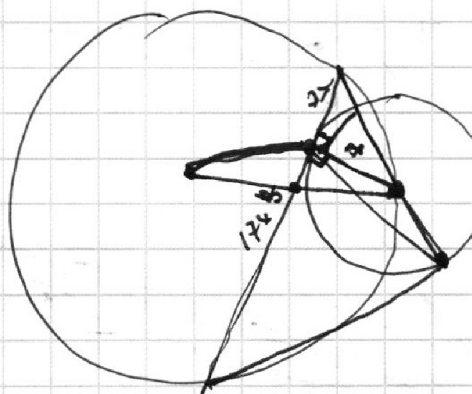
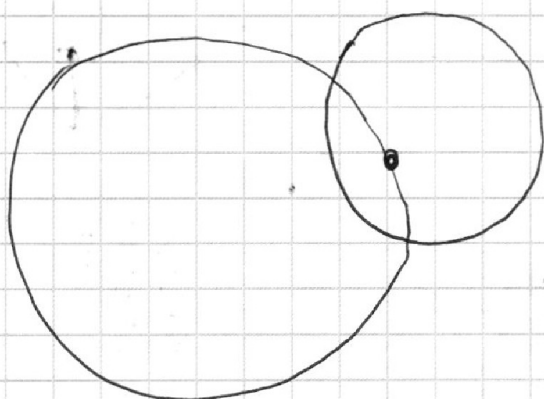
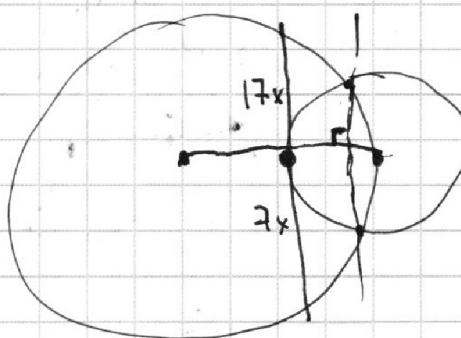
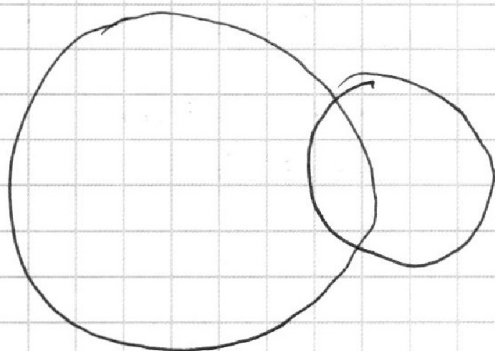
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x^2 - 6x + 2 = 3$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 =$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 421 \end{array}$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 = 2\sqrt{\dots} = 1 + 81x^2 - 18x$$

$$6x^2 - 3x + 3 = 2\sqrt{\dots} = 1 + 81x^2 - 18x$$

$$-75x^2 + 2 - 21x = 2\sqrt{\dots}$$

$$-75x^2 - 21x + 2$$

$$2 = 441 + 600 = 1041$$

$$75 \cdot 150 \cdot 4$$



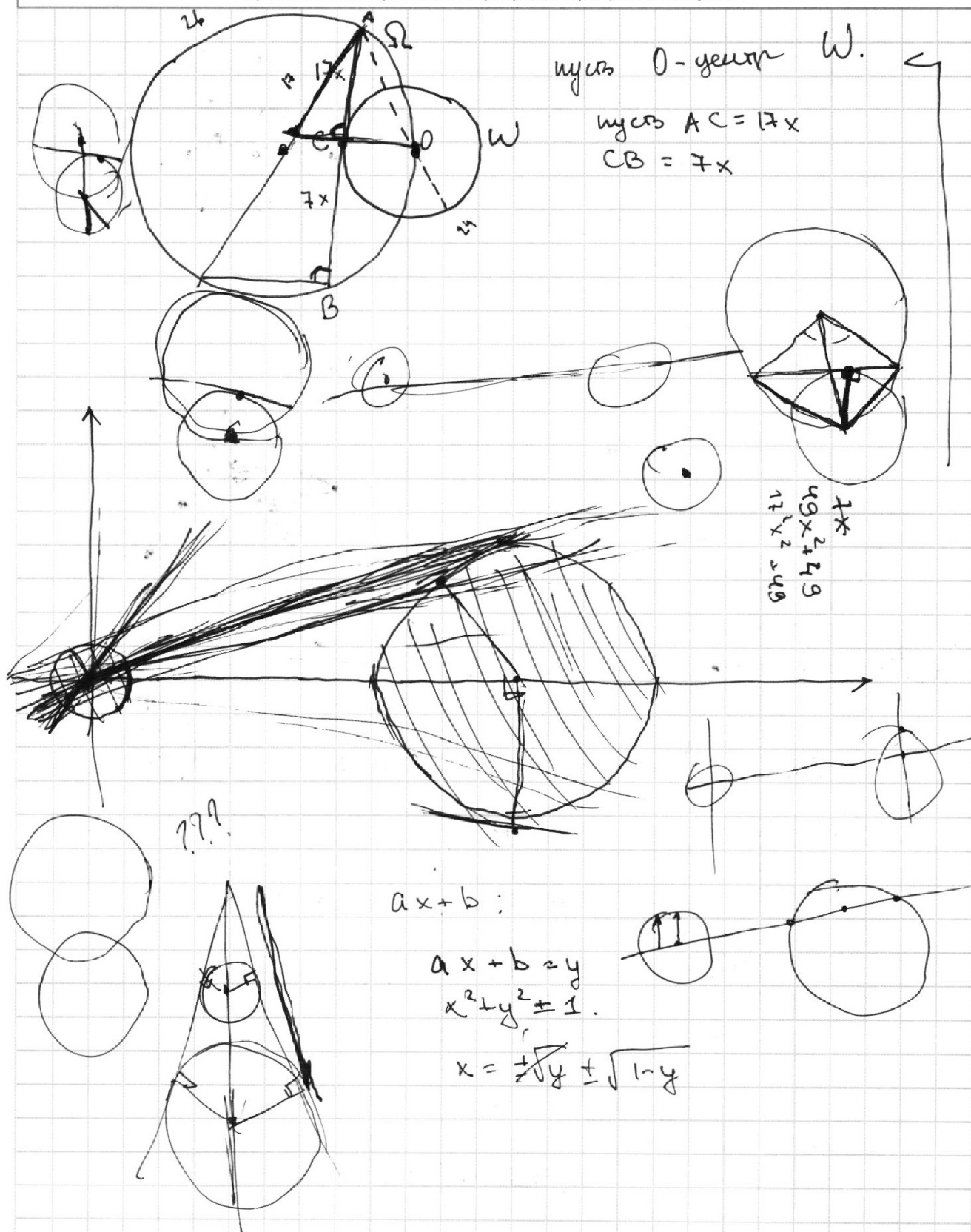
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



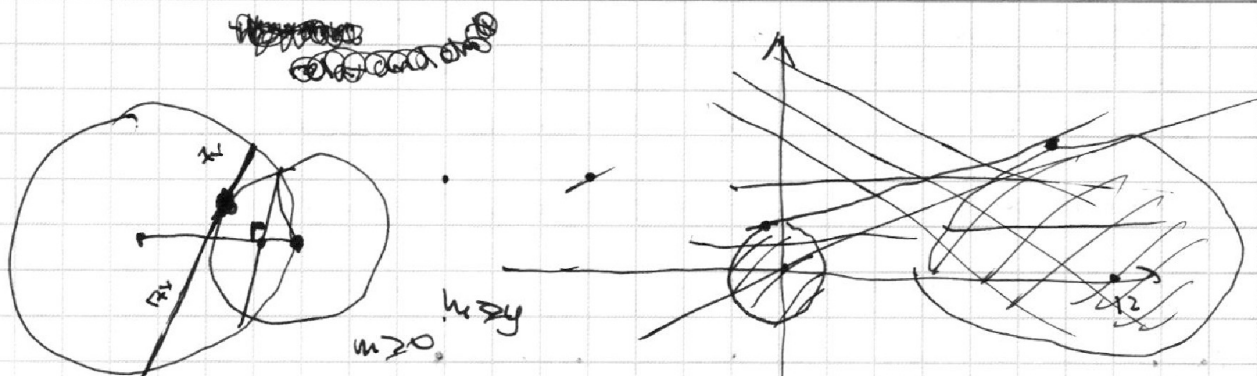
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

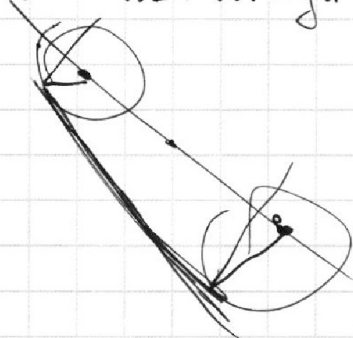
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{m} + \sqrt{m-y} = y \quad \times \quad m = 3x^2 - 6x + 2$$

$$m + m - y + 2\sqrt{m(m-y)} = y^2$$



$P(-13, 26)$

$Q(3, 26)$

$y^2 + y +$

$$-26 \leq x_2 - x_1 \leq 26$$

$$-16 \leq y_2 - y_1 \leq 16$$

$(0, 0)$ $R(6, 0)$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ ax + by = y \end{cases}$$

1 решение $(-26, 0)$

$(6, 26)$

$(0, 0)$

$(32, 0)$

$$x^2 + a^2x^2 + b^2 + 2abx = -1$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (2ab)x + b^2 + 1 = 0$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (2ab)x + b^2 + 1 = 0$$

$$D = a^2 + 1 - b^2$$

$$y^3 + 2y^2 + (1 - 4m)y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$y^2 + y - 2m = 2\sqrt{m(m-y)}$$

$$y^4 + y^2 + 4m^2 + 2y^3 - 4my^2 - 4ym^2 = 4m^2 - 4my$$

$$a^2 + 1 - b^2 = 0$$

$$y^4 + 2y^3 + (1 - 4m)y^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

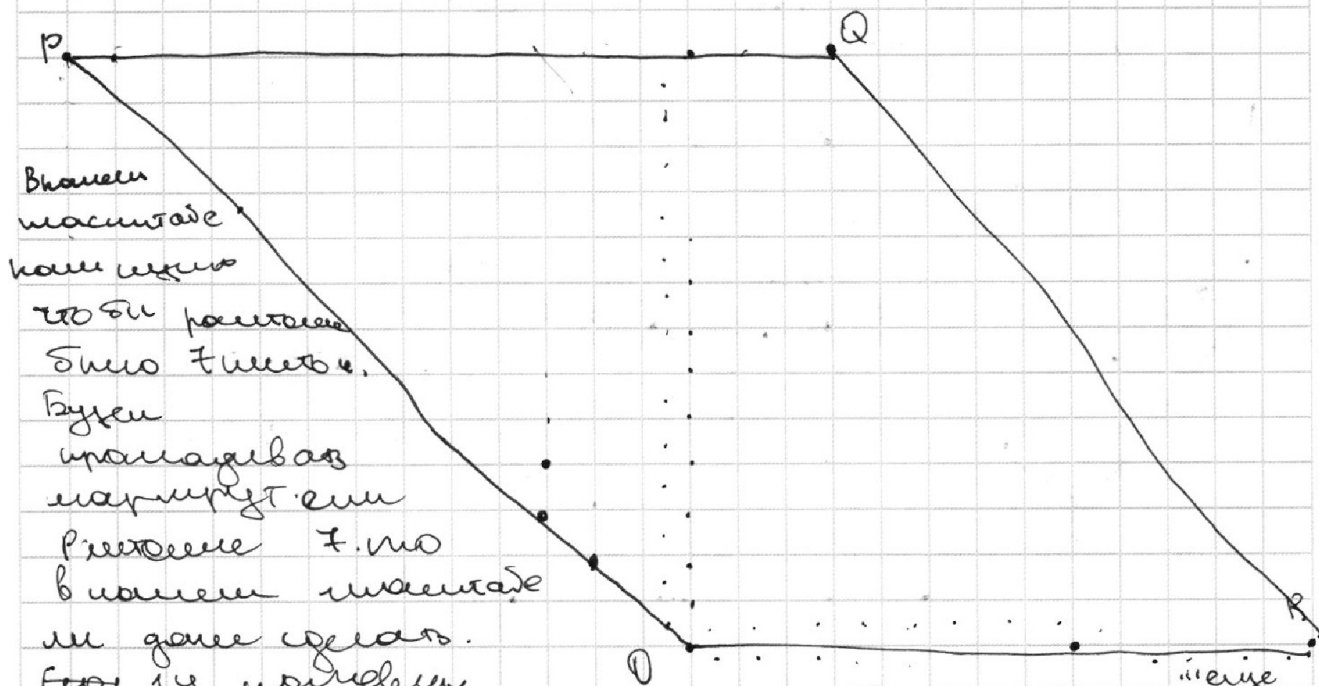
1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заменим наши точки на $O(0,0)$ $P(-26,26)$
 $Q(6,26)$ $R(32,0)$ тем самым $x_2 - x_1$
увеличим вдвое, то есть теперь наши прираще-
ния по осям 2 и тогда ответом будет $x_2 - x_1 + y_2 - y_1 = 14$
или так с масштабом $2 \leftarrow 1$ метром.



В нашем масштабе
наши стороны
то бишь расстояния
были 7 метров.
Будем
промакивать
маршрут с
расстоянием 7 м.
в нашем масштабе
и далее считать.
Есть 14 возможных
ходов.
Исходя из точек P. 7 метров вправо.
потом еще метры влево и вправо и т.д.
но заметим что скручивая на 4 метра влево или
вправо не сможем вернуться в исходную
 $\Rightarrow$ где P наших наших метров - 7.
как и для любой крайней точки по сторонам
PO кроме P^3 поперечных. (Они все в углах
если мы $P(-26,26) \Rightarrow P(0)$ - вернемся в исходную.



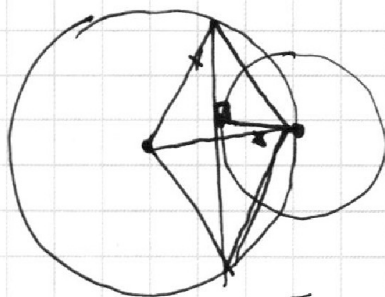
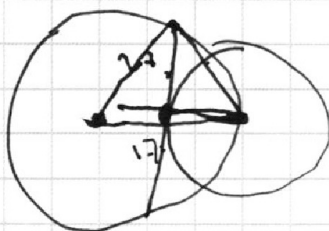
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$49x^2 + 49 = ?$$

$$17^2 x^2 + 48 = ?$$

$$? = 5 \cdot 2,5 \sin \beta \cos \beta$$

$$? = 2,5 \cdot \sqrt{2} \sin \alpha \cos \beta$$

$$2,5 \sqrt{2} \cos \beta \sin \alpha$$

$$? = \frac{5 \sin 2\alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} = \frac{2,5 \sin 2\beta}{\cos \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$y = 8b - ax$$

$$x^2 + y^2 \leq 1.$$

$$\frac{2 \sin 2\alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{\cos \beta \sin \alpha}$$

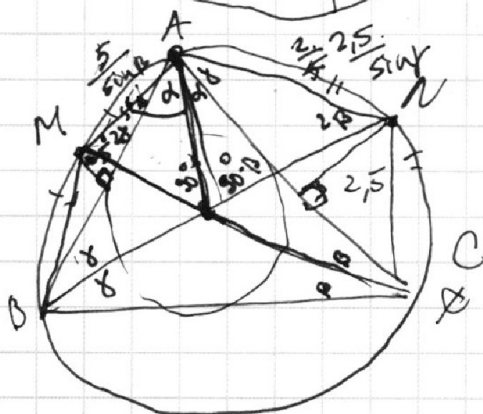
$$\frac{2 \sin \alpha}{4 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{\cos \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad \frac{2 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 = 2\sqrt{2} = 2$$

$$= 1 - 9x + 8x^2 - 18x$$



$$\sin \beta = \frac{5}{?} \Rightarrow ? = \frac{5}{\sin \beta}$$

$$\sin \beta = \frac{5}{?}$$

$$180^\circ - \beta - \alpha - (180^\circ - 2\alpha - 2\beta)$$

$$180^\circ - \beta - \alpha - 2\alpha$$

$$90^\circ - \alpha$$

$$2 \sin^2 \alpha = \sin^2 \beta$$

$$\sin \beta = \sqrt{2} \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta}{5} = \frac{\cos \beta \cdot \sin \alpha}{2,5} = \frac{\sin 2\beta}{?}$$

$$\frac{\cos \beta \cdot \sin \alpha}{2,5} = \frac{\sin 2\beta}{?}$$