



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^4 \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &: 2^{10} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

Заметим, что если в произведении abc присутствуют какие-то множители, кроме 2 и 7 , то такое произведение не будет наименьшим, т.к. данные множители не влият на делимость, но увеличивают произведение. И.e. $abc = 2^L \cdot 7^B$

$B \geq 37$, т.к. $ac: 7^{37}$. Пусть $a = 2^k \cdot 7^e$, $b = 2^m \cdot 7^f$, $c = 2^n \cdot 7^d$

$$\begin{aligned} k+m &\geq 4, & k+m &\geq 14 \\ m+n &\geq 17, & m+n &\geq 17 \\ k+n &\geq 20 \end{aligned}$$

$2m+k+n \geq 31$ Попробуем минимизировать $k+m+n$, т.е.

$$\begin{cases} k+m=14 \\ m+n=17 \\ k+n=20 \end{cases} \quad \begin{aligned} 2m+k+n &= 31 \\ 2m &= 11, \text{ но } m \text{ целое, но если } m=5, \text{ не подходит,} \\ \text{и наименьшее значение будет } m=6 \end{aligned}$$

нужно взять 1 из равенств увеличить на 1 и попробовать решить систему: (можно пока считать именно сумму $m+n+k$, но увеличивать пока не надо)

$$\begin{cases} k+m=15 \\ m+n=17 \\ k+n=20 \end{cases} \quad \begin{aligned} 2m+k+n &= 32 \\ 2m &= 12 \\ m &= 6, & k=9, & n=11. & m+n+k &= 26 \end{aligned}$$

Проверим, например, при $a = 2^9 \cdot 7^{10}$, $b = 2^6$, $c = 2^{11} \cdot 7^{27}$ такая система задана верно, т.е. $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ возможно, т.е.

$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ возможно, т.е. будет это минимальным.

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$\frac{a}{b} \text{ несократима} \Rightarrow (a, b) = 1$$

$$\text{Пусть } \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab} \text{ можно сократить на } m \Rightarrow a+b : m \text{ и}$$

$$(a+b)^2-8ab : m$$

$$\Downarrow$$

т.к. $a+b : m \Rightarrow (a+b)^2 : m \Rightarrow 8ab : m$. Но т.к. $(a, b) = 1$ ни один из чисел

множителей из m не содержит ни a , ни b , а

так как a или b или оба могут содержать не более, чем

в сумме $a+b$ делится на m , а b нет, значит a делится

на m . Значит a делится на m . Аналогично, значит b делится на m .

Получается все ^{применяя} множители из m

содержатся в 8 ($8 : m$) $\Rightarrow 8 \geq m$. Пример при

$$m=8 \quad a=1, b=7 \quad (1,7)=1 \quad \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{8}{8} = 1$$

Ответ: $m=8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

Заметим, что $2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1) = -7x+2 = 2-7x$

Поэтому $\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1)$

Положим $a = 2x^2-5x+3$ $b = 2x^2+2x+1$

$$a-b = a^2-b^2 \quad a^2-b^2 - (a-b) = 0 \quad (a-b)(a+b+1) = 0$$

$$\begin{cases} a=b \\ a+b=1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2-5x+3 = 2x^2+2x+1 \\ \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \end{cases}$$

$$2x^2-5x+3 \geq 0 \quad \text{и} \quad 2x^2+2x+1 \geq 0$$

$$(x-1)(2x-3) \geq 0$$

$$x \geq 0 \quad 2 \geq 0 \Rightarrow \text{при любых } x$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ 1 \quad 3/2 \end{array}$$

① $(-\infty; 1] \cup [3/2; +\infty) \leftarrow$ корни в этих промежутках

$$-7x+2=0$$

$$2x^2-5x+3 + 2x^2+2x+1 + 2\sqrt{4x^4+4x^3+2x^2-10x^3-10x^2-5x+6x^2-16x+3} = 1$$

$$x = -\frac{2}{7}$$

$$4x^2-3x+3 + 2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3} = 0$$

$$16x^4+9x^2+9-24x^3-18x+24x^2 = 16x^4-24x^3-8x^2+4x+12$$

$$41x^2-22x-3=0$$

$$D = 484 + 492 = 976$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82}$$

$$x = \frac{41 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

Но если при подстановке. Проверим:

$$x = -\frac{2}{7}$$

$$x = \frac{11+2\sqrt{61}}{41}$$

$$x = \frac{11-2\sqrt{61}}{41}$$

$$\begin{array}{r} 976 \overline{) 16161} \\ 976 \overline{) 41} \\ 484 \overline{) 492} \end{array}$$

$$2\sqrt{61} < 8$$

$$\frac{11-2\sqrt{61}}{41} < \frac{11+2\sqrt{61}}{41} < \frac{11+16}{41} < 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} 4a^2 - 100b^2 + 4 = 0 \\ 160ab - 100b^3 - 63a^2 + 4 = 0 \end{cases}$$
$$67a^2 - 160ab + 3 = 0$$

Решив это уравнение для a относительно b
мы и найдём все нужные значения.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Круги
с центрами $(-8, 0)$ и $r=1$

Круги с центрами $(0, 0)$
и $r=2$

Эти круги не пересекаются. Но если выразить
уравнение линейки ≤ 0 или ≥ 0 и решить 2, если
есть точка, внутри которой есть точка $ax - y + 10b$
касательная к этим кругам (если пересекает
хоть одну, то внутри нее уже больше 2-х точек, точек
и система имеет больше 2-х решений).

Неприменимо:

$$(x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(20ab+16) + 100b^2+63=0$$

$$D = 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 400a^2b^2 - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0$$

$$640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0$$

$$x^2 + (ax+10b)^2 = 4$$

$$x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 - 400b^2a^2 - 400b^2 + 16a^2 + 16 = 0$$

$$D = 16a^2 - 400b^2 + 16 = 0$$

Значит наша исходная система имеет ровно 2 ре-
шения или вообще не имеет решений

$$\begin{cases} 640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0 \\ 16a^2 - 400b^2 + 16 = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{MF}{MA} = \sin \angle = \frac{DA}{AN} \quad \sin \angle = \frac{2.5}{1} = \frac{V}{11}$$

$$\frac{NG}{AN} = \sin \angle = \frac{DA}{AM} \quad \sin \angle = \frac{2}{11} = \frac{V}{1}$$

$$\text{Получим} \quad \frac{9}{1 \cdot 11} = \frac{V^2}{1 \cdot 11} \Rightarrow V = 3 \Rightarrow AI = 6$$

Ответ: 6

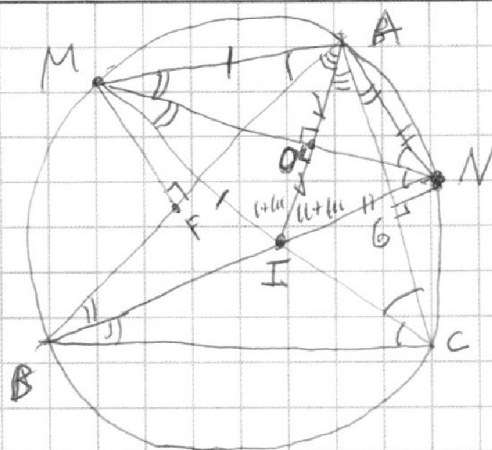
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\overline{BM} = \overline{MA} \Rightarrow \angle MCB = \angle MCA \Rightarrow MC - \text{бис. } \angle BCA$
 $\overline{AN} = \overline{NC} \Rightarrow \angle ABN = \angle NBC \Rightarrow BN - \text{бис. } \angle ABC$
 Тангенсы точек пересечения CM и BN (I) - центр вписанной окружности
 $\triangle ABC$ (CM и BN биссектрисы $\angle C$ и $\angle B$)
 Тогда AI - бис. $\angle BAC$:
 $\angle BAI = \angle CAI$

$MF = 4,5$ $NG = 2$ $\angle MAB$ опирается на дугу $MB \Rightarrow$

$\angle MAB = \angle MCB = \angle MCA$. $\angle NAC$ опирается на дугу $NC \Rightarrow$

$\angle NAC = \angle NBC = \angle NBA$. $\angle MIA = \angle IAC + \angle ICA$ (внешний) =

$= (4+11) \Rightarrow \angle MIA = \angle MAI \Rightarrow \triangle IMA$ равнобедр. и

$MI = IA$. $\angle AIN = \angle BAI + \angle ABI = 11 + 11 \Rightarrow \angle AIN = \angle IAN \Rightarrow$

$\triangle ANI$ равнобедр. и $AN = NI$. ~~$\triangle AMI \cong \triangle INI$ (3 отрезка)~~

$\angle CMA$ опирается на дугу $AC \Rightarrow \angle CMA = \angle ABC \Rightarrow \frac{\angle CMA}{2} = \frac{\angle ABC}{2} = ($

$\angle ANB$ опирается на дугу $AB \Rightarrow \angle ANB = \angle BCA \Rightarrow \frac{\angle ANB}{2} = \frac{\angle BCA}{2} = ($

$\triangle MAN = \triangle MIN$ (3 отрезка) $\Rightarrow \angle AMN = \angle IMN$ и $\angle ANM = \angle INM$.

Т.е. MN - бис. $\angle AMI$ и $\angle ANI$. Тогда $\angle AMN = \angle IMN =$

$= \frac{\angle AMI}{2} = ($. $\angle ANM = \angle INM = \frac{\angle ANI}{2} = ($. MO - высота

в $\triangle AMI$ (он равнобедр. и MO - бис.) и в $\triangle ANI$ (аналогично)

Т.е. $MN \perp AI$. Также $AO = OI$ (MO и ON высоты в равнобедр. $\triangle AMI$ и $\triangle ANI$).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

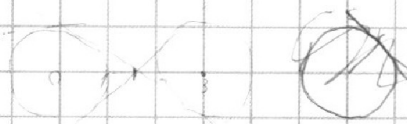
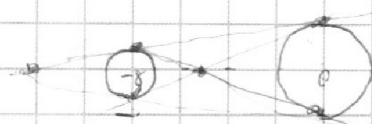
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

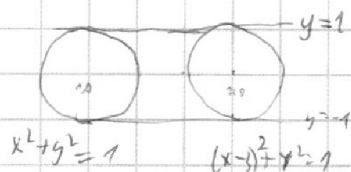
$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 1) \leq 0 \end{cases}$$



$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1 \\ x^2 + (ax+10b)^2 = 1 \end{cases}$$

x^2



$$\begin{array}{r} 156 \\ \times 456 \\ \hline 936 \\ 780 \\ \hline 7080 \\ 156 \\ \hline 154 \\ \hline 13716 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 164 \\ \times 164 \\ \hline 656 \\ 984 \\ \hline 26896 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1 & (x-3)^2 + y^2 &= 1 \\ y &= ax + b \\ x^2 + (ax+b)^2 &= 1 \\ (x-3)^2 + (ax+b)^2 &= 1 \\ x^2 + x^2 + 6x - 9 &= 0 \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= ax + b \\ (x-3)^2 + y^2 &= ax + b \\ y &= 1 - x \\ x^2 + 1 - 2x + x^2 &= 1 \\ 2x^2 - 2x &= 0 \\ x(x-1) &= 0 \\ x &= 0 \text{ or } x = 1 \\ x^2 + ax^2 + 2abx + b^2 - 1 &= 0 \\ 9 - 9 &= 0 \\ 4ab^2 - 4b^2(a+1) &= 0 \\ 4ab^2 - 4b^2a - 4b^2 + 4b^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + 20abx + 100b^2 - 1 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 - 400b^2a^2 - 400b^2 + 16a^2 + 16 = 0$$

$$16a^2 - 400b^2 + 16 = 0$$

$$x^2 + 36x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(20ab+36) + 100b^2 + 63 = 0$$

$$D = 3600a^2b^2 + 6400ab + 256 - 400b^2a^2 - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0$$

$$6400ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0$$

$$\begin{cases} 4a^2 - 100b^2 + 4 = 0 \\ 160ab - 100b^2 - 63a^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$67a^2 - 160ab + 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 134 \\ \hline 67 \\ 804 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 100 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline 25600 \\ 404 \\ \hline 25796 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116 \\ \times 248 \\ \hline 456 \\ 248 \\ \hline 124 \\ \hline 11528 \end{array}$$

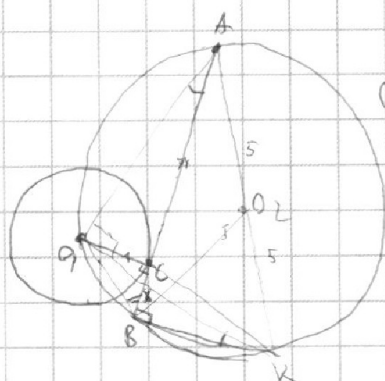
$$\begin{array}{r} 10000 \\ \times 114 \\ \hline 456 \\ 114 \\ \hline 11400 \\ 11908 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BK = \sqrt{25 - 64x^2}$$

$$O_1B = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$O_1A = \sqrt{45x^2 + 1}$$

$$\frac{O_1A}{\sin 46^\circ} = \frac{O_1B}{\sin 6^\circ}$$

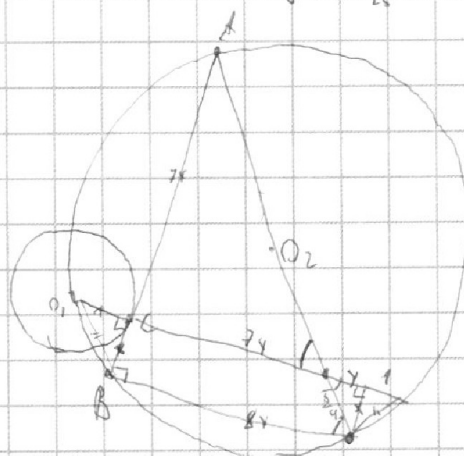
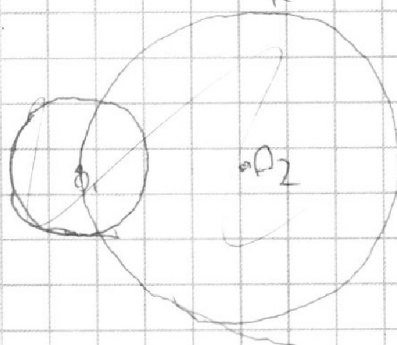
$$\frac{7y}{\frac{35}{4}} = \frac{3x}{5}$$

$$\frac{4y}{5} = \frac{3x}{5}$$

$$y = \frac{3}{4}x$$

$$\sin 6^\circ = \frac{7x}{5}$$

$$\cos 6^\circ = \sqrt{1 - \frac{49x^2}{25}} = \frac{3x}{5}$$



$$\frac{AC}{AB} = \frac{AF}{AB} = \frac{CK}{BC} = \frac{7}{8}$$

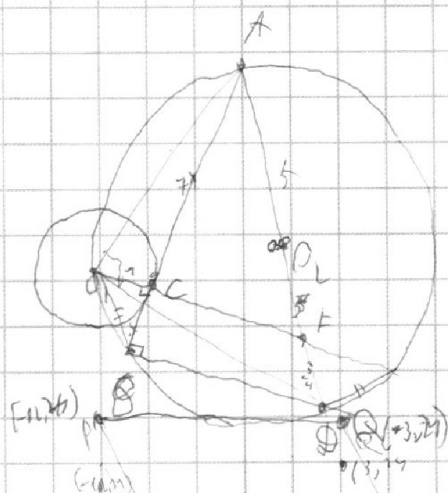
$$\frac{AF}{10} = \frac{7}{8} \quad AF = \frac{70}{8} = \frac{35}{4}$$

$$EP = \frac{5}{4}$$

$$\frac{9}{16}x^2 + x^2 = \frac{25}{16}$$

$$x^2 \cdot \frac{25}{16} = \frac{25}{16}$$

$$x^2 = 1$$



$$y_2^2 + 2x_2^2 = y_1^2 + 2x_1^2 + 12$$

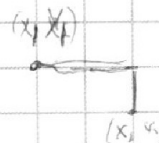
$$y_2^2 - y_1^2 = 2x_1^2 - 2x_2^2 + 12$$

$$2x_2^2 - 2x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 = 12$$

$$2x_2^2 - 2x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 = 12$$

$$RK: y = -2x + 30$$

$$QP: y = -2x$$



$$-12 \quad (0,0) \quad 3 \quad (4,5)$$



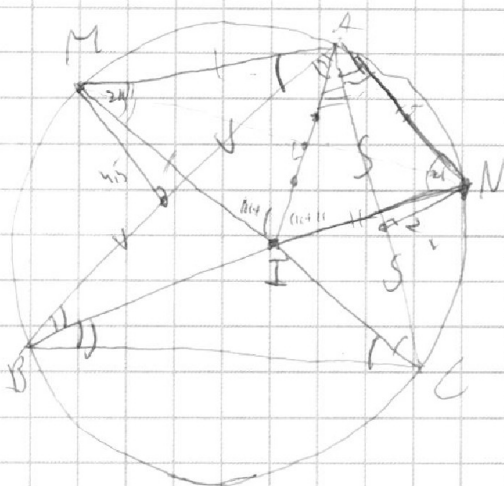
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{\sin \alpha} = 1$$

$$\frac{2}{\sin \alpha} = 1$$

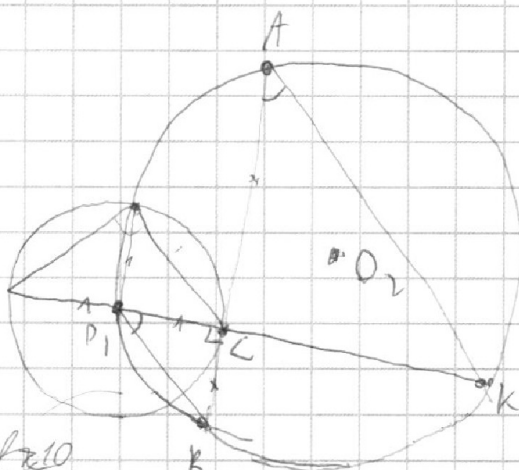
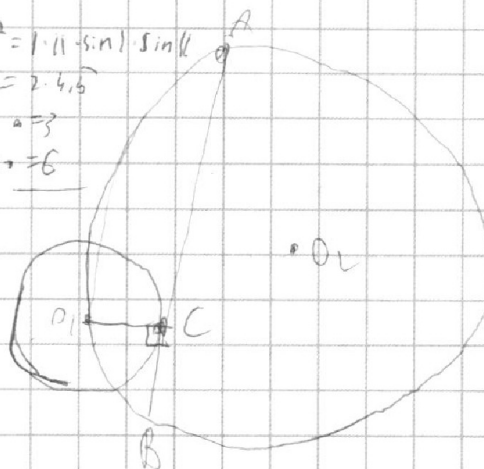
$$\frac{4.5}{\sin \alpha} = 1$$

$$2 = 1 \cdot (1 + \sin \alpha) \cdot \sin \alpha$$

$$= 2 \cdot 4.5$$

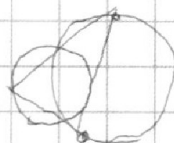
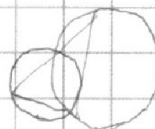
$$a = 3$$

$$2 = 6$$



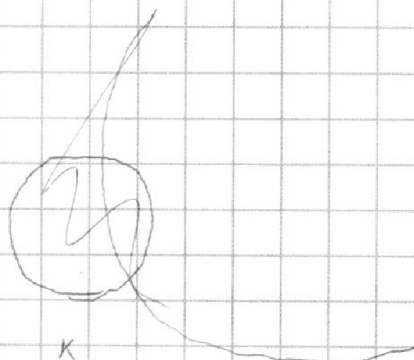
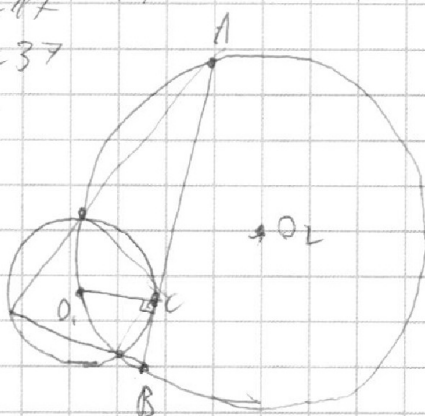
$$\frac{1}{2}x = \frac{x}{CK}$$

$$CK = 7x^2$$



786210
917210
118717
914737

2...7



$$a = 2^k$$

$$b = 2^m$$

$$c = 2^n$$

$$k+m = 14$$

$$m+n = 17$$

$$k+n = 20$$

$$2n = 37 - 14 = 23$$

$$2m = 34 - 14 = 20$$

$$2n = 37 - 14 = 23$$

$$2m = 20$$

$$2n = 23$$

$$m = 10$$

$$n = 11.5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1$$

$$2x^2-5x+3 + 2x^2+2x+1 + 2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3} = 1$$

$$4x^2-3x+3 = -2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3}$$

$$16x^4+9x^2+9-24x^3-18x+24x^2 = 16x^4-24x^3-8x^2+4x+1$$

$$41x^2-22x-3=0$$

$$D = 484 + 492 = 976$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 44 \\ \hline 88 \\ 88 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 24 \\ \hline 156 \\ 156 \\ \hline 936 \end{array}$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

$$\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right]$$

$$\begin{array}{r} 976 \overline{) 12} \\ 936 \\ \hline 40 \\ 36 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ \overline{) 22} \\ 16 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \overline{) 6} \\ 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

P
(-1, 14)

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

O
(0, 0)

R
(15, 0)

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$OP: y = 2x + 21$$

$$QR: \begin{cases} 24 = 3k + b \\ 0 = 15k + b \end{cases} \quad y = -2x + 30$$

$$OP: \begin{cases} 24 = mk + b \\ 0 = 0k + b \end{cases} \quad \begin{matrix} k = -2 & b = 30 \\ k = -2 & b = 0 \end{matrix} \quad y = -2x$$

M(12, 4)

$$\begin{cases} ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \\ ax - by + 196 = 0 \end{cases} \quad y = ax + 196/b$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} ab &: 2^{11} 7^{10} \\ bc &: 2^{17} 7^{17} \\ ac &: 2^{20} 7^{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 b^2 &: 2^{22} 7^{20} \\ abc^2 &: 2^{26} 7^{32} \end{aligned}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$\frac{1+7}{8^2-8 \cdot 7} = \frac{1}{8-7}$$

$$ac \geq 2^{20} 7^{37}$$

$$\begin{aligned} a &: 2^8 7^{20} \\ b &: 2^6 7^{10} \\ c &: 2^{12} 7^{17} \\ &2^{26} 7^{37} \end{aligned}$$

$$rab : m$$

$$8 : m$$

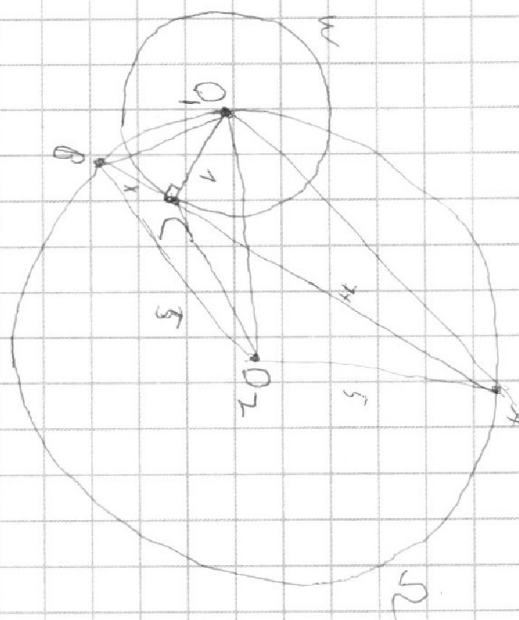
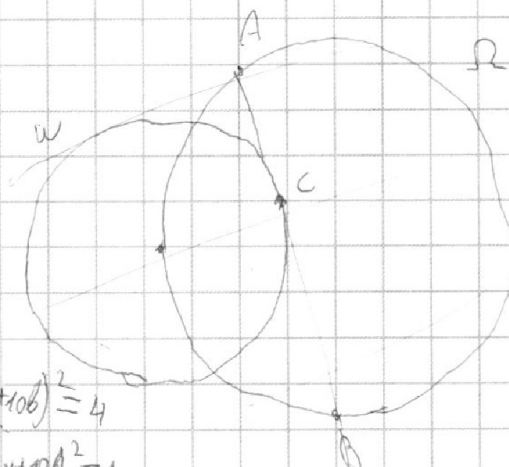
$$8 \geq m$$

$$\frac{a}{b} (u, v) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$a+b : m$$

$$a^2-6ab+b^2 : m$$

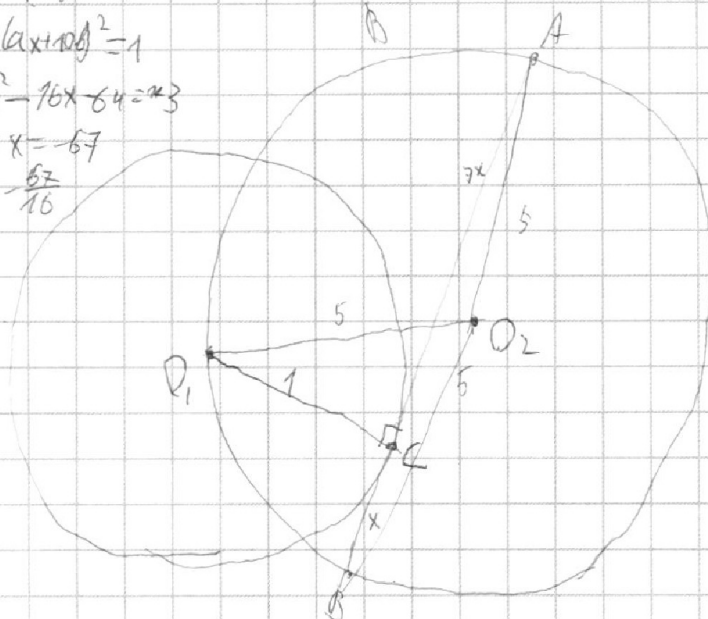


$$\begin{cases} x^2 + (ax+10b)^2 = 4 \\ (x+5)^2 + (ax+10b)^2 = 1 \end{cases}$$

$$x^2 - x^2 - 16x - 64 = -3$$

$$16x = -67$$

$$x = -\frac{67}{16}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$D=25-14=11$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{11}}{4} \approx \frac{3}{2}$$

$$D=48$$

$$2x^2=5x+1$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} = 2-7x + \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3}$$

$$2x^2-5x+3=4-28x+49x^2+2x^2+2x+1+(4-14x)\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$(3x-5)^2=4$$

$$D=849x^2-24x+2+(4-14x)\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2x^2-5x+3+2x^2+2x+1-2\sqrt{4x^4+4x^3+2x^2}$$

$$=4-28x+49x^2$$

$$10x^3-10x^2-5x+6x^2+6x+3=$$

$$2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3} = -45x^2+25x$$

$$16x^4-24x^3-8x^2+4x+12=625x^2-2025x^4-2250x^3$$

$$2009x^4-2226x^3+634x^2-4x-12=0$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} \geq \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2x^2-5x+3 \geq 2x^2+2x+1 \geq 0$$

$$-7x+2 \geq 0$$

$$2-7x \geq 0$$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$x^2 = 2-7x$$

$$2x^2-5x+3 = 2x^2-2x-1 = 2-7x$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1)$$

$$a$$

$$b$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} - 1 = 0$$

$$a-b = a^2-b^2$$

$$(a-b)(a+b) - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(a+b-1) = 0$$

$$4x^2-3x-1=0$$